

2020 年 10 月全国自考 04184 线性代数(经管类)真题

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前, 考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

说明: 在本卷中,  $A^T$  表示矩阵  $A$  的转置矩阵,  $A^*$  表示矩阵  $A$  的伴随矩阵,  $E$  是单位矩阵,  $|A|$  表示方阵  $A$  的行列式,  $r(A)$  表示矩阵  $A$  的秩。

注意事项: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 设  $f(x) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & x \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} = a_1x + a_0$ , 则  $a_0 =$

- A. -7                      B. -4                      C. 4                      D. 7

2. 设  $A$  为 3 阶矩阵, 将  $A$  的第 2 行与第 3 行互换得到矩阵  $B$ , 再将  $B$  的第 1 列的  $(-2)$  倍加到第 3 列得到单位矩阵  $E$ , 则  $A =$

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$





10. 设向量组  $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T$ ,  $\alpha_2 = (0, 2, 4)^T$ ,  $\alpha_3 = (-1, 3, t)^T$  线性无关, 则数  $t$  的取值应满足\_\_\_\_\_.

11. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & t \end{pmatrix}$ , 若 3 阶非零矩阵  $B$  满足  $AB = O$ , 则数  $t =$ \_\_\_\_\_.

12. 设 4 元非齐次线性方程组  $Ax = b$  的增广矩阵经初等行变换化为

$$(A, b) \rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a+1 & 0 & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & c-2 & 0 \end{array} \right)$$

若该方程组有无穷多解且其导出组的基础解系有 2 个向量, 则数  $a, c$  的取值应分别满足\_\_\_\_\_.

13. 设 3 阶矩阵  $A$  有特征值为 3, 若矩阵  $B = A^2 - 2A + E$ , 则  $B$  必有一个特征值为\_\_\_\_\_.

14. 已知  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  是其一个特征向量, 则  $\alpha$  对应的特征值为\_\_\_\_\_.

15. 设二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2tx_1x_2 + 2x_1x_3$  正定, 则数  $t$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 7 小题, 每小题 9 分, 共 63 分。

16. 计算  $n$  阶行列式  $D_n = \begin{vmatrix} a_1 - b & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 - b & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n - b \end{vmatrix}$  的值.

17. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & -2 \\ 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ , 求

(1) 矩阵  $X$ , 使得  $A + 2X = B$ ; (2)  $AX^T$ .



18. 设 3 阶矩阵  $A$  和  $B$  满足关系式  $ABA = 6A^2 + BA$ , 其中  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ , 求矩阵  $B$ .

19. 求向量组  $\alpha_1 = (1, 1, 2, 2)^T$ ,  $\alpha_2 = (0, 2, 1, 5)^T$ ,  $\alpha_3 = (2, 0, 3, -1)^T$ ,  $\alpha_4 = (1, 1, 0, 4)^T$  的秩和一个极大无关组, 并把其余向量用该极大无关组线性表出.

20. 确定数  $k$  的值, 使线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + kx_2 - 2x_3 = 0 \\ kx_1 + 2x_2 + x_3 = k \end{cases}$  有无穷多解, 并求出其通解 (要求

用其一个特解和导出组的基础解系表示).

21. 设 3 阶实对称矩阵  $A$  的特征值是 6, 3, 3, 已知特征值 6 对应的特征向量  $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$ , 求矩阵  $A$ .

22. 求正交变换  $x = Py$ , 将二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$  化为标准形

$$f = -y_1^2 + 2y_2^2 + 5y_3^2.$$

四、证明题: 本题 7 分.

23. 设  $A$  是  $n$  阶矩阵,  $n$  维列向量  $\alpha$  满足  $A\alpha \neq 0$ ,  $A^2\alpha = 0$ , 证明向量组  $\alpha, A\alpha$  线性无关.

