

全国 2018 年 4 月自考高等数学（一）试题（真题+解析）

课程代码:00020

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的根是

A. $x_1 = -2, x_2 = 3$

B. $x_1 = 2, x_2 = -3$

C. $x_1 = 2, x_2 = 3$

D. $x_1 = -2, x_2 = -3$

2. 下列函数中为奇函数的是

A. $\frac{1+x^2}{1-x^2}$

B. $\sin(x^2)$

C. $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$

D. $|x|$

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} =$

A. 0

B. 1

C. e

D. $+\infty$

4. 下列各式中正确的是

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin 2x}{x} = 0$



二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ，求 $f(x+2)$ 。

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\ln(1+3x+x^3)}$ 。

13. 求曲线 $y = 2e^x + x^2 - 1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程。

14. 求不定积分 $\int x \cos(x^2 + 1) dx$ 。

15. 设函数 $z = x^2 + y^4 - 2x^3y^2$ ，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (1+5x)^{\frac{1}{5}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续，求常数 a 的值。

17. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导，且 $f'(x_0) = \frac{1}{3}$ ，求极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 3h) - f(x_0)}{h}$ 。

18. 设函数 $y = (x+1)^{x^2+x}$ ，求导数 y' 。

19. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - x^2 - 1}{x^4}$ 。

20. 计算定积分 $I = \int_0^2 f(x) dx$ ，其中 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 。

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

求曲线 $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 5$ 的凹凸区间与拐点。

22. (本小题 6 分)

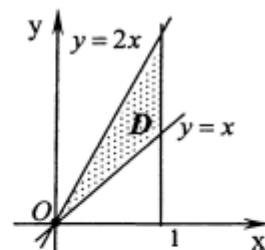
求微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy + 2x$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 0$ 的特解。



23. (本小题 6 分)

计算二重积分 $I = \iint_D (x+2y) dx dy$, 其中 D 是由直线

$y=x, y=2x$ 及 $x=1$ 围成的平面区域.



题 23 图

24. (本小题 7 分)

设生产某产品 Q 吨的总成本为 $C(Q) = \frac{1}{3}Q^2 + Q + 100$ (万元), 需求量与价格 P (万元/吨) 的关系为 $Q = 75 - 3P$, 且产销平衡.

(1) 求利润函数 $L(Q)$;

(2) 问产量为多少时利润最大? 并求利润最大时的价格.

2018 年 4 月自学考试真题及答案



2018 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试 高等数学（一）试题答案及评分参考

（课程代码 00020）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. B 2. C 3. B 4. D 5. C
6. A 7. A 8. C 9. D 10. D

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 解： $f(x+2) = \frac{1-(x+2)}{1+(x+2)}$ 2 分

$= -\frac{x+1}{x+3}$ 4 分

12. 解：原极限 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{3x+x^3}$ 2 分

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{3+x^2} = 1$ 4 分

13. 解： $y' = 2e^x + 2x$, $y'|_{x=0} = 2$ 2 分

故所求切线方程为 $y-1=2(x-0)$ ，即 $y=2x+1$ 4 分

14. 解：原积分 $= \frac{1}{2} \int \cos(x^2+1)d(x^2+1)$ 2 分

$= \frac{1}{2} \sin(x^2+1) + C$ 4 分

15. 解： $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x - 6x^2y^3$ 2 分

$\frac{\partial z}{\partial y} = 4y^3 - 4x^3y$ 4 分



三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 解： $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{1}{5}} = \lim_{x \rightarrow 0} [(1+5x)^{\frac{1}{5x}}]^5 = e^5$,3 分

因为 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，

所以 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = a$. 故 $a = e^5$ 5 分

17. 解：原极限 $= -3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 3h) - f(x_0)}{-3h}$ 3 分

$= -3 f'(x_0) = -1$ 5 分

18. 解 1：方程两边取对数，得 $\ln y = (x^2 + x) \ln(x+1)$,2 分

两边求导得 $\frac{1}{y} y' = (2x+1) \ln(x+1) + x$,4 分

$y' = (x+1)^{x^2+x} [(2x+1) \ln(x+1) + x]$,5 分

解 2： $y = e^{(x^2+x) \ln(x+1)}$,2 分

求导得 $y' = e^{(x^2+x) \ln(x+1)} [(2x+1) \ln(x+1) + x]$
 $= (x+1)^{x^2+x} [(2x+1) \ln(x+1) + x]$ 5 分

19. 解：原极限 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2xe^{x^2} - 2x}{4x^3}$ 2 分

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2xe^{x^2}}{4x}$ (或者 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{2x^2}$)4 分

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}}{2} = \frac{1}{2}$ 5 分

20. 解： $I = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (1+x) dx$ 3 分

$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \frac{(1+x)^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{17}{6}$ 5 分

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

解：函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, $y' = 6x^2 - 24x + 18$,

令 $y' = 12x - 24 = 0$, 得 $x = 2$ 2 分

当 $x < 2$ 时, $y' < 0$; $x > 2$ 时, $y' > 0$,

故曲线的凸区间为 $(-\infty, 2)$, 曲线的凹区间为 $(2, +\infty)$ 5 分

拐点为 $(2, 9)$ 6 分

(注：凹凸区间也可包含区间端点)



22. (本小题 6 分)

解: 分离变量得 $\frac{dy}{y+1} = 2x dx$,2 分

两边积分得通解 $\ln|y+1| = x^2 + C$4 分

由初始条件 $y|_{x=0} = 0$, 得 $C = 0$, 故所求特解为 $\ln|y+1| = x^2$6 分

23. (本小题 6 分)

解: $I = \int_0^1 dx \int_x^{2x} (x+2y) dy$ 3 分

$$= \int_0^1 [(xy + y^2)|_x^{2x}] dx = \int_0^1 4x^2 dx = \frac{4}{3}. \quad \text{.....6 分}$$

24. (本小题 7 分)

解: (1) 由已知得 $P = \frac{75-Q}{3}$, 收益函数 $R(Q) = P \cdot Q = \frac{75-Q}{3} \cdot Q$,

$$\begin{aligned} \text{因此利润函数 } L(Q) &= R(Q) - C(Q) = \frac{75-Q}{3} \cdot Q - (\frac{1}{3}Q^2 + Q + 100) \\ &= -\frac{2}{3}Q^2 + 24Q - 100. \end{aligned} \quad \text{.....2 分}$$

(2) 令 $L'(Q) = -\frac{4}{3}Q + 24 = 0$, 得唯一驻点 $Q = 18$4 分

又 $L''(18) = -\frac{4}{3} < 0$, 故该驻点为极大值点, 也是最大值点.5 分

因此, 生产 18 吨产品时利润最大,

此时产品的价格 $P = \frac{75-18}{3} = 19$ (万元/吨).7 分

(注: 若用“由问题的实际意义知最值存在且驻点唯一”论述最值亦可)

