

A.4

B.4ln2

C. $\frac{1}{4}(1+\ln 2)$

D.4(1+ln2)

8. 设函数 $f(x^2)=x^4+x^2+1$, 则 $f'(1) = (\quad)$

A.-1

B.-2

C.1

D.3

9. 若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内可导, 且 $f(a)=f(b)$, 则在 a,b 之间满足 $f'(c)=0$ 的点 c

($\quad$)

A. 必存在且只有一个

B. 不一定存在

C. 至少存在一个

D. 不存在

10. 函数 $f(x)=\ln(1+x^2)-x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是 ($\quad$)

A. 单调增函数

B. 单调减函数

C. 时而单增时而单减的函数

D. 以上结论都不对

11. 已知一个函数的导数为 $y'=2x$, 且 $x=1$ 时 $y=2$, 则这个函数是 ($\quad$)

A. $y=x^2+C$

B. $y=x^2+1$

C. $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$

D. $y=x+1$

12. 函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续是 $\int_a^b f(x)dx$ 存在的 ($\quad$)

A. 必要条件

B. 充分必要条件

C. 充分条件

D. 既不充分也不必要

13. 下列广义积分收敛的是 ($\quad$)

A. $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

B. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

C. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$

D. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

14. 在空间直角坐标系中, 方程 $x=0$ 表示的图形是 ($\quad$)

A. x 轴

B. 原点 $(0,0,0)$

C. yoz 坐标面

D. xoy 坐标面

15. 设函数 $z=x^y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} = (\quad)$

A. $x^y \ln x$

B. yx^{y-1}

C. x^y

D. $x^y \ln x + yx^{y-1}$

16. 交换积分次序后, 二次积分 $\int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy = (\quad)$

A. $\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y)dx$

B. $\int_0^2 dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y)dx$



$$C. \int_0^2 dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^0 f(x, y) dx$$

$$D. \int_{-2}^2 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx$$

17. 设 C 为圆周 $x = a \cos t, y = a \sin t (a > 0, 0 \leq t \leq 2\pi)$, 则曲线积分 $\int_C (x^2 + y^2) ds =$ ()

A. $2\pi a^2$

B. $2\pi a^3$

C. $-\pi a$

D. πa

18. 微分方程 $y'' = y'$ 的通解是 $y =$ ()

A. Ce^x

B. $C_1 e^x + C_2$

C. $C_1 e^x + C_2 x$

D. $Ce^x + x$

19. 设无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 发散, 则无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ ()

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 发散

D. 可能收敛也可能发散

20. 幂级数 $x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{7}x^7 + \cdots$ 的收敛域是 ()

A. $(-1, 1)$

B. $[-1, 1)$

C. $(-1, 1]$

D. $[-1, 1]$

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

21. 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2} \quad (x > 0)$, 则 $f(x) =$ _____.

22. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+2}\right)^n =$ _____.

23. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0)=0$, 则极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} =$ _____.

24. 函数 $f(x) = \ln x$ 在区间 $[1, e]$ 上满足拉格朗日公式 $f'(c) = \frac{f(1) - f(e)}{1 - e}$ 的 $c =$ _____.

25. 不定积分 $\int 2^{x^2} x dx =$ _____.

26. 已知 $\int_0^x f(t) dt = \sin x$, 则 $f(0) =$ _____.

27. 设向量 $\alpha = \{-2, 3, -6\}$, $\beta = \{a, 1, -1\}$, 当 α 与 β 垂直时, 则常数 $a =$ _____.

28. 设积分区域 $B: x^2 + y^2 \leq 9$, 则二重积分 $\iint_B e^{-x^2-y^2} dx dy =$ _____.

29. 函数 $f(x) = \frac{1}{3-x}$ 展开成 $x-2$ 的幂级数为 _____.

30. 微分方程 $x dx + y dy = 0$ 的通解为 _____.



三、计算题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

31. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}$.

32. 计算不定积分 $\int \frac{1}{x^2-x} dx$.

33. 求过点(3,0,1),(1,2,3),(-1,0,0)的平面方程.

34. 计算二重积分 $\iint_B \frac{y}{1+x^2} dx dy$, 其中积分区域 $B: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0$.

35. 已知方程 $e^{xy} + y - \cos x^2 = 3$ 确定函数 $y=y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

四、应用和证明题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

36. 求函数 $f(x)=x^4-2x^2+5$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值和最小值.

37. 证明: 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小量 $x(e^x-1)+x^2e^x$ 与 x^2 是同阶无穷小.

38. 证明: 当 $x \geq 0$ 时, 有不等式 $\arctg x \leq x$ 成立.

