

全国 2018 年 4 月高等教育自学考试
 高等数学（工本）试题
 课程代码：00023

一、单项选择题（本大题共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{(x-2)(x+1)}$ 的连续区间是 ()

- A. $(-\infty, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, +\infty)$
- B. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
- C. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
- D. $[3, +\infty]$

2. 下列函数在其定义域内为有界函数的是 ()

- A. $x \sin 3x$
- B. $\ln x^3$
- C. $3 \cos 3x$
- D. 3^{-x}

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$ ()

- A. 等于 0
- B. 等于 1
- C. 为无穷大
- D. 不存在，但不是无穷大

4. 曲线 $y = 1 + \sin x$ 在点 $(\frac{\pi}{2}, 2)$ 处的切线方程为 ()

- A. $y = 2$
- B. $x = \frac{\pi}{2}$
- C. $x - y + 2 - \frac{\pi}{2} = 0$
- D. $x + y + \frac{\pi}{2} - 2 = 0$

5. 设函数 $f(x) = \cos \frac{1}{x}$, 则 $f'(\frac{1}{\pi}) =$ ()

- A. $-\pi^2$
- B. 0
- C. 1
- D. π^2

6. 设参数方程 $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 则 $\frac{d^2y}{dx^2} =$ ()

- A. $\frac{-1}{18t^3}$
- B. $\frac{-1}{3t^2}$



C. $\frac{1}{3t}$

D. 3

7. 设函数 $f(x)=\sqrt{x}$ ，则函数 $f(x)$ 在 $x=0.01, \Delta x=-0.1$ 处的微分 $df(x)=$ ()

A. -1

B. -0.5

C. -0.001

D. 0.001

8. 设二阶可导函数 $f(x)$ 在 x_0 点满足 $f'(x_0)=0, f''(x_0)>0$ ，则 x_0 是 $f(x)$ 的 ()

A. 驻点

B. 零点

C. 极大值点

D. 非极值点

9. 曲线 $y=\frac{3}{4}x^2-12x+36$ 的凹向区间为 ()

A. $(-\infty, 8]$

B. $[8, +\infty)$

C. $(-\infty, 4] \cup [12, +\infty)$

D. $(-\infty, +\infty)$

10. 不定积分 $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-9}} dx =$ ()

A. $\frac{1}{x} \arcsin \frac{3}{x} + C$

B. $-\frac{1}{x} \arccos \frac{3}{x} + C$

C. $\ln|x + \sqrt{x^2-9}| + C$

D. $\ln|x - \sqrt{x^2-9}| + C$

11. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，当 $x \in [a, b]$ 时，则 $f(x)$ 的一个原函数为 ()

A. $\int_a^b f(x) dx$

B. $\int_a^x f(x) dx$

C. $\int_x^b f(x) dx$

D. $\int_a^x f'(x) dx$

12. 点 $(-3, 1, -5)$ 在 ()

A. 第四卦限

B. 第五卦限

C. 第六卦限

D. 第七卦限

13. 过点 $(1, -3, -2)$ 并且垂直于平面 $x-3y+2z-7=0$ 的直线方程为 ()

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{-2}$

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-2}{2}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+2}{2}$

14. 已知方程 $y \ln \frac{z}{x} = 0$ 确定函数 $z=z(x, y)$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ()

A. 0

B. x

C. e^y

D. xe^y



22. 极限 $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) \sin \frac{1}{x+1} =$ _____.
23. 曲线 $y=(x-1)^3-1$ 的拐点坐标为 _____.
24. 不定积分 $\int 5^x e^x dx =$ _____.
25. 函数 $f(x)=\arctg x$ 在 $[-1, 1]$ 上的平均值为 _____.
26. 点 $P(2,-1,3)$ 到平面 $x+y-z+1=0$ 的距离为 _____.
27. 设函数 $f(x,y)=\frac{x}{y}$, 则 $df(x,y)=$ _____.
28. 设积分区域 $B: 1 \leq x^2+y^2 \leq 3$, 则二重积分 $\iint_B 2d\sigma =$ _____.
29. 函数 $f(x)=e^{\frac{1}{2}x}$ 展开成 x 的幂级数为 _____.
30. 微分方程 $x dx+y dy=0$ 的通解为 _____.

三、计算题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

31. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x - \sin x}$.
32. 设函数 $f(x)=x^{\frac{1}{x}} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 (x>0)$, 求 $f'(x)$.
33. 求不定积分 $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.
34. 已知函数 $f(x)$ 为连续函数, 并且
- $$\int_0^x t f(x-t) dt = 2 + x \sin x$$

求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

35. 将函数 $f(x)=\frac{1}{2+3x}$ 展开为 $x-1$ 的幂级数.

四、应用和证明题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

36. 对任意的实数 x_1 和 x_2 , 证明有不等式

$$|\sin x_1 - \sin x_2| \leq |x_1 - x_2|$$

成立.

37. 求由曲线 $y^2=x, 2y^2=x$ 及 $x=1$ 所围平面图形的面积.
38. 求椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=6$ 上点 $(1, 1, 1)$ 处的法线方程.

