II、综合测试题

概率论与数理统计（经管类）综合试题一
（课程代码 4183）

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）
在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 下列选项正确的是 (B).

A. $\overline{A}+\overline{B}=\overline{A+B}$　　B. $(A+B)-B=A-B$

C. $(A-B)+B=A$　　D. $\overline{AB}=\overline{A}\,\overline{B}$

2. 设 $P(A)>0, P(B)>0$，则下列各式中正确的是 (D).

A. $P(A-B)=P(A)-P(B)$　　B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(A+B)=P(A)+P(B)$　　D. $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

3. 同时抛掷 3 枚硬币，则至多有 1 枚硬币正面向上的概率是 (D).

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

4. 一套五卷选集随机地放到书架上，则从左到右或从右到左卷号恰为 1，2，3，4，5 顺序的概率为 (B).

A. $\frac{1}{120}$　　B. $\frac{1}{60}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 设随机事件 A，B 满足 $B\subset A$，则下列选项正确的是 (A).

A. $P(A-B)=P(A)-P(B)$　　B. $P(A+B)=P(B)$

C. $P(B|A)=P(B)$　　D. $P(AB)=P(A)$

6. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$，则 $f(x)$ 一定满足 (C).

A. $0\le f(x)\le 1$　　B. $f(x)$ 连续

C. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$　　D. $f(+\infty)=1$

7. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=\frac{b}{2^k},k=1,2,\ldots$，且 $b>0$，则参数 b 的值为 (D).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. 1

8. 设随机变量 X, Y 都服从[0, 1]上的均匀分布，则 $E(X+Y)=$ (A).

A. 1　　B. 2　　C. 1.5　　D. 0

9. 设总体 X 服从正态分布，$EX=-1,E(X^2)=2$，$X_1,X_2,\ldots,X_{10}$ 为样本，则样本均值 $\overline{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$ ~ (D).

A. $N(-1,1)$　　B. $N(10,1)$　　C. $N(-10,2)$　　D. $N(-1,\frac{1}{10})$

10. 设总体 $X:N(\mu,\sigma^2),(X_1,X_2,X_3)$ 是来自 X 的样本，又

$$\hat{\mu}=\frac{1}{4}X_1+aX_2+\frac{1}{2}X_3$$

是参数 μ 的无偏估计，则 a = (B).

A. 1　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 已知 $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{2}{3},P(C)=\frac{1}{4}$，且事件 A,B,C 相互独立，则事件 A, B, C 至少有一个事件发生的概率为__$\frac{5}{6}$__.

12.　一个口袋中有 2 个白球和 3 个黑球，从中任取两个球，则这两个球恰有一个白球一个黑球的概率是__0.6__.

13. 设随机变量 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	c	2c	3c	4c

$F(x)$ 为 X 的分布函数，则 $F(2)=$__0.6__.

14.　设 X 服从泊松分布，且 $EX=3$，则其概率分布律为

$P(X=k)=\frac{3k}{k!}e^{-3},k=0,1,2......$______.

15. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，则 $E(2X+3)$ = 4___.

16. 设二维随机变量(X, Y)的概率密度函数为 $f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$，$(-\infty<x,y<+\infty)$. 则($X$, Y)关于 X 的边缘密度函数 $f_X(x)=$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{x^2}{2}}(-\infty<x<+\infty)$_____.

17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $P(X\le\frac{1}{2})=0.5, P(Y\le 1)=0.3$, 则 $P(X\le\frac{1}{2},Y\le 1)=$ 0.15 ________.

18. 已知 $DX=4, DY=1, \rho_{X,Y}=0.5$，则 $D(X-Y)=$ 3 ______.

19. 设 X 的期望 EX 与方差 DX 都存在，请写出切比晓夫不等式
$P(|X-EX|\ge\varepsilon)\le\frac{DX}{\varepsilon^2}$,或 $P(|X-EX|<\varepsilon)\ge 1-\frac{DX}{\varepsilon^2}$ ___________.

20. 对敌人的防御地段进行 100 次轰炸，每次轰炸命中目标的炮弹数是一个随机变量，其数学期望为 2，方差为 2.25，则在 100 轰炸中有 180 颗到 220 颗炮弹命中目标的概率为 0.816 ______. （附：$\Phi_0(1.33)=0.908$）

21. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim\chi^2(3), Y\sim\chi^2(5)$，则随机变量 $\frac{5X}{3Y}\sim$ F(3，5) __________ .

22. 设总体 X 服从泊松分布 $P(5)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $E\overline{X}=$ 5 ______ .

23. 设总体 X 服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，(1，0，1，2，1，1)是样本观测值，则 θ 的矩估计为___2_______ .

24. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\sigma^2=\sigma_0^2$ 已知，样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是样本均值和样本方差，则参数 μ 的置信水平为 1-α 的置信区

间为$\left[\bar{X}-\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}},\ \bar{X}+\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right]$________.

25. 在单边假设检验中，原假设为$H_0:\mu\le\mu_0$，则备择假设为_$H:\mu>\mu_0$________.

三、**计算题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）**

26. 设 *A*，*B* 为随机事件，$P(A)=0.3, P(B|A)=0.4, P(\overline{A}|B)=0.5$，求$P(AB)$及$P(A+B)$.

解：P(AB)=P(A)P(B | A)=0.3×0.4=0.12

由 P($\overline{A}$B)=0.5 得 P（A | B）=1−0.5=0.5 而 P(A | B)=$\frac{P（AB）}{P(B)}=\frac{0.12}{0.5}$=0.24

从而 P(A+B)=P(A)+P(B)－P(AB)=0.3+0.24−0.12=0.42

27. 设总体 *X*□ $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & □□\end{cases}$，其中参数$\lambda>0$未知，$(X_1,X_2,□\ ,X_n)$是来自 *X* 的样本，求参数$\lambda$的极大似然估计.

解：设样本观测值　　　　$x_i>0$，i=1，2，......n

则似然函数 L（λ）=$\prod_{i=1}^{n}\lambda l^{-\lambda x_i}=\lambda^n l^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}X_i}$

取对数 ln 得：ln$\ln L(\lambda$ =$n\ln\lambda-\lambda\cdot\sum_{i=1}^{n}X_i$，令$\frac{d\ln L(\lambda}{d\lambda}=\frac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}X_i$=0

解得λ的极大似然估计为 $\hat{\lambda}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}X_i}=\frac{1}{\overline{X}}$.

四、综合题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

28. 设随机变量 *X* 的密度函数为$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x, & 0<x<2\\ 0, & □□\end{cases}$，求：(1) *X* 的分布函数 *F*(*x*)；(2) $P(-1<X\le\frac{1}{2})$；(3) *E*(2*X*+1) 及 *DX*.

解：（1）当 $x<0$ 时，F（x）=0

当 $0\le x<2$ 时，f（x）$=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{0}^{x}\frac{1}{2}tdt=\frac{1}{4}x^2$

当 $x\ge 2$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{0}^{2}\frac{1}{2}tdt=\int_{0}^{2}\frac{1}{2}tdt+\int_{2}^{x}0dt=1$

所以，X的分布函数为：F（x）= $\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{1}{4}x^2, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$

（2）$P(-1<X\le\frac{1}{2})=F(\frac{1}{2})-F(-1)=\frac{1}{16}-0=\frac{1}{16}$.

或 $P(-1<X\le\frac{1}{2})=\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(t)dt=\int_{0}^{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}tdt=\frac{1}{16}$

（3）因为 $EX=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\frac{1}{2}\int_{0}^{2}x^2dx=\frac{4}{3}$　$EX^2=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2f(x)dx=\frac{1}{2}\int_{0}^{2}x^3dx=2$

所以，$E(2X+1)=2EX+1=\frac{11}{3}$；

$DX=EX^2-(EX)^2=\frac{2}{9}$

29. 二维离散型随机变量(X,Y)的联合分布为

X \ Y	0	1	2
0	0.2	0.1	0
1	0.2	0.1	0.4

(1)求 X与 Y的边缘分布；(2)判断 X与 Y是否独立？(3)求 X与Y的协方差 $Cov(X,Y)$.

解：（1）因为 $P(X=0)=0.3, P(X=1)=0.7$
$P(Y=0)=0.4, P(Y=1)=0.2, P(Y=2)=0.4$

所以边缘分布分别为：

X	0　　1

P	0.3　0.7

Y	0　　1　　2
P	0.4　　　0.2 0.4

（2）因为 $P(X=0,Y=0)=0.2,$ 而 $P(X=0)P(Y=0)=0.3\times 0.4=0.12$，

P$(X=0,Y=0)\neq P(X=0,Y=0)$，所以 X 与 Y 不独立；

（3）计算得：EX=0.7，EY=1，E(XY)=0.9 所以

$Cov(XY)=E(XY)-EXEY=0.9-0.7=0.2$

五、应用题（10 分）

30. 已知某车间生产的钢丝的折断力 *X* 服从正态分布 *N*(570，8^2). 今换了一批材料，从性能上看，折断力的方差不变. 现随机抽取了 16 根钢丝测其折断力，

计算得平均折断力为 575.2，在检验水平 $\alpha=0.05$ 下，可否认为现在生产的钢丝折断力仍为 570？　（$u_{0.025}=1.96$）

解：一个正态总体，总体方差 $\sigma^2=8$ 已知，检验 $H_0:\mu=570$ 对 $H_1\mu\neq 570$.

检验统计量为 $U=\dfrac{\overline{X}-570}{8/\sqrt{16}}\sim N$（0，1）

检验水平 α=0.05 临界值 $u_{\frac{0.05}{2}}=1.96,$ 得拒绝域：$|u|>1.96.$

计算统计量的值：$\overline{x}=575.2,\left|\dfrac{575.2-570}{2}\right|=2.6>1.96$ 所以拒绝 H_0，即认为现在生产的钢丝折断力不是 570.

概率论与数理统计（经管类）综合试题二
（课程代码 4183）

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）
在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 某射手向一目标射击 3 次，A_i表示“第 i 次击中目标”，i=1,2,3，则事件“至

少击中一次”的正确表示为 （

A ）.

A. $A_1 \cup A_2 \cup A_3$　　B. $A_1A_2A_3$　　C. $\overline{A_1A_2A_3}$　　D. $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}$

2. 抛一枚均匀的硬币两次，两次都是正面朝上的概率为 （

C ）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{5}$

3. 设随机事件 A 与 B 相互对立，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则有 （

C ）.

A. A 与 B 独立　　B. $P(A)>P(B)$

C. $P(A)=P(\overline{B})$　　D. $P(A)=P(B)$

4. 设随机变量 X 的概率分布为

X	−1	0	1
P	a	0.5	0.2

则 $P(-1\le X\le 0)=$ （ B ）.

A. 0.3 B. 0.8 C. 0.5 D. 1

5. 已知随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}ax^2 & 0\le x\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$，则 $a=$ （D ）.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 已知随机变量 X 服从二项分布，且 $EX=2.4$，$DX=1.44$，则二项分布中的参数 n，p 的值分别为 （B ）.

A. $n=4$，$p=0.6$ B. $n=6$，$p=0.4$

C. $n=8$，$p=0.3$ D. $n=24$，$p=0.1$

7. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1，4)$，Y 服从 $[0，4]$ 上的均匀分布，则 $E(2X+Y)=$ （ D ）.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 设随机变量 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.6	0.2	0.2

则 $D(X+1)=$ （ C ）

A. 0 B. 0.36 C. 0.64 D. 1

9. 设总体 $X\sim N(1,4)$，$(X_1，X_2，\cdots，X_n)$ 是取自总体 X 的样本 $(n>1)$，

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 分别为样本均值和样本方差，则有(B)

A. $\overline{X}\sim N(0,1)$ B. $\overline{X}\sim N(1,\frac{4}{n})$

C. $(n-1)S^2\sim\chi^2(n)$ D. $\frac{\overline{X}-1}{S}\sim t(n-1)$

10. 对总体 X 进行抽样，0，1，2，3，4 是样本观测值，则样本均值 $\overline{x}$ 为(B)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）请在每小题的空

格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 一个口袋中有10个产品，其中5个一等品，3个二等品，2个三等品．从中任取三个，则这三个产品中至少有两个产品等级相同的概率是___0.75________.

12. 已知 $P(A)$=0.3，$P(B)$=0.5，$P(A\cup B)$=0.6，则 $P(AB)$=____0.2_______.

13. 设随机变量 X 的分布律为

X	-0.5	0	0.5	1.5
P	0.3	0.3	0.2	0.2

$F(x)$ 是 X 的分布函数，则 $F(1)=$____0.8_______.

14. 设连续型随机变量 $X\sim f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，则期望 EX=____$\frac{2}{3}$_______.

15. 设 (X,Y)：$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2} & 0<x<2,0<y<1\\ 0 & \end{cases}$ 则 $P(X+Y\leqslant 1)$ =__0.25______.

16. 设 $X\sim N(0,4)$，则 $P\{|X|\le 2\}=$__0.6826________. （$\Phi(1)=0.8413$）

17. 设 DX=4，DY=9，相关系数 $\rho_{XY}=0.25$，则 $D(X+Y)$ =__16________.

18. 已知随机变量 X 与 Y 相互独立，其中 X 服从泊松分布，且 DX=3，Y 服从参数 λ=1的指数分布，则 $E(XY)$ =__3________.

19. 设 X 为随机变量，且 EX=0，DX=0.5，则由切比雪夫不等式得 $P(|X|\ge 1)=$____0.5_______.

20. 设每颗炮弹击中飞机的概率为0.01，X 表示500发炮弹中命中飞机的炮弹数目，由中心极限定理得，X 近似服从的分布是 $N(5,\ 4.95)$________.

21. 设总体 $X\sim N(0,1), X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ 是取自总体 X 的样本，则 $\sum_{i=1}^{10} X_i^2 \sim$ ____$\chi^2(10)$.

22. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2), X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是取自总体 X 的样本，记

$S_n^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，则 $ES_n^2=$ __$\frac{n-1}{n}\sigma^2$__________.

23. 设总体 X 的密度函数是 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{1}{\theta}x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$ $(\theta>0)$，(X_1，X_2，…，X_n) 是取自总体 X 的样本，则参数 θ 的极大似然估计为__$\hat{\theta}=\overline{X}$__________.

24. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是样本均值和样本方差，则参数 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $\left[\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right]$__________.

25. 已知一元线性回归方程为 $\hat{y}=3+\hat{\beta}_1x$，且 $\overline{x}=2,\overline{y}=5$，则 $\hat{\beta}_1=$ __1________.

三、计算题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

26. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(2，4)$，Y 服从二项分布 $B(10，0.1)$，X 与 Y 相互独立，求 $D(X+3Y)$.

解：因为 $X\sim N(2,4)$，$Y\sim B(10,0.1)$，所以 $DX=4,DY=10\times0.1\times0.9=0.9$

又 X 与相互独立，故 $D(X+3Y)=DX+9DY=4+8.1=12.1$

27. 有三个口袋，甲袋中装有 2 个白球 1 个黑球，乙袋中装有 1 个白球 2 个黑球，丙袋中装有 2 个白球 2 个黑球. 现随机地选出一个袋子，再从中任取一球，求取到白球的概率是多少？

解：B 表示取到白球，A_1,A_2,A_3 分别表示取到甲、乙、丙口袋.

由题已知，$P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\frac{1}{3}$. 由全概率公式：

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

四、综合题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

28. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ kx^2, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$，

求：(1) 常数 k； (2) $P(0.3<X<0.7)$； (3) 方差 DX.

(1) 由于连续型随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 是连续函数，所以

$\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=1$, 即 $k=1$，故 $F(X)=\begin{cases}0，x<0\\ x^2,0\le x<1\\ 1,x\ge 1\end{cases}$

（2） $P(0.3<X<0.7)=P(0.3<X\le 0.7)=F(0.7)-F(0.3)=0.4$

（3）因为对于 $f(x)$的连续点， $f(x)=F'(x)$,所以$f(x)=\begin{cases}2x,0<x<1\\ 0,其他\end{cases}$

$$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=2\int_0^1 x^2dx=\frac{2}{3}$$
$$EX^2=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=2\int_0^1 x^3dx=\frac{1}{2}$$
$$DX=EX^2-(EX)^2=\frac{1}{2}-\frac{4}{9}=\frac{1}{18}.$$

29. 已知二维离散型随机变量(X, Y)的联合分布为

X \ Y	1	2	3
0	0.2	0.1	0.1
1	0.3	0.1	0.2

求：(1) 边缘分布；(2)判断 X 与 Y 是否相互独立；(3) $E(XY)$.

解：（1）因为 $P(X=0)=0.4.P(X=1)=0.6$,

$P(Y=1)=0.5,P(Y=2)=0.2,P(Y=3)=0.3,$

所以边缘分布分别为：

X	0 1
P	0.4

	0.6

Y	1　　2　　3
P	0.5　　0.2 0.3

（2）因为 $P(X=0,Y=2)=0.1, P(X=0)P(Y=2)=0.08,$

$P(X=0,Y=2)\neq P(X=0)P(Y=2)$, 所以$X$与$Y$不独立.

（3）$E(XY)=1\times1\times0.3+1\times2\times0.1+1\times3\times0.2=1.1.$

五、应用题（本大题共1小题，共6分）

30. 假设某班学生的考试成绩 X(百分制)服从正态分布 $N(72,\sigma^2)$，在某次的概率论与数理统计课程考试中，随机抽取了36名学生的成绩，计算得平均成绩为 $\bar{x}$=75 分，标准差 s = 10 分. 问在检验水平 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为本次考试全班学生的平均成绩仍为72分？（$t_{0.025}(35)=2.0301$）

解：总体方差未知，检验 H_0：$\mu=72$ 对 H_1，$\mu\neq72$　采用 t 检验法.

选取检验统计量：$T=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(35)$

由 α=0.05，得到临界值 $t_{0.025}(35)=2.0301$. 拒绝域为：$|t|>2.0301$.

因 $|t|=\dfrac{75-72}{10/\sqrt{36}}=1.8<2.0301$, 故接受 H_0.

即认为本次考试全班的平均成绩仍为72分

概率论与数理统计（经管类）综合试题三

（课程代码 4183）

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设 A，B 为随机事件，由 $P(A+B)=P(A)+P(B)$ 一定得出 （ A ）.

A. $P(AB)=0$　　B. A 与 B 互不相容

C. $AB=\Phi$　　D. A 与 B 相互独立

2. 同时抛掷 3 枚硬币，则恰有 2 枚硬币正面向上的概率是 （ B ）.

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. 任何一个连续型随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 一定满足 （ A ）.

A. $0\le F(x)\le 1$　　B. 在定义域内单调增加

C. $\int_{-\infty}^{+\infty}F(x)dx=1$　　D. 在定义域内连续

4. 设连续型随机变量 $X\sim f(x)=\begin{cases}3x^2, 0<x<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，则 $P(X<EX)=$ （ C ）.

A. 0.5　　B. 0.25　　C. $\frac{27}{64}$　　D. 0.75

5. 若随机变量 X 与 Y 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则 （ B ）.

A. X 与 Y 相互独立　　B. X 与 Y 不相关

C. X 与 Y 不独立　　D. X 与 Y 不独立、不相关

6. 设 $X\sim N(-1,4), Y\sim B(10,0.1)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $D(X+2Y)$ 的值是 （ A ）.

A. 7.6　　　B. 5.8　　　C. 5.6　　　D. 4.4

7. 设样本(X_1,X_2,X_3,X_4)来自总体$X\sim N(0,1)$，则$\sum_{i=1}^{4}X_i^2$~　　　　　　　　　　（B　）.

A. $F(1,2)$　　B. $\chi^2(4)$　　C. $\chi^2(3)$　　D. $N(0,1)$

8. 假设总体X服从泊松分布$P(\lambda)$，其中λ未知，2,1,2,3,0是一次样本观测值，则参数的矩估计值为　　　　　　　　　　（D ）.

A. 2　　　B. 5　　　C. 8　　　D. 1.6

9. 设α是检验水平，则下列选项正确的是　　　　　　　　　　（A　）.

A. P(拒绝$H_0|H_0$真$)\le\alpha$

B. P(接受$H_0|H_1$真$)\ge 1$-α

C. P(拒绝$H_0|H_0$真)+P(接受$H_0|H_0$为假$)=1$

D. P(拒绝$H_1|H_1$真)+P(接受$H_1|H_1$为假$)=1$

10. 在一元线性回归模型$y=\beta_0+\beta_1x+\varepsilon$中，$\varepsilon$是随机误差项，则$E\varepsilon=$　　　　　　　　　　（C　）.

A. 1　　　B. 2　　　C. 0　　　D. -1

二、填空题（本大题共15小题，每小题2分，共30分）请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 一套4卷选集随机地放到书架上，则指定的一本放在指定位置上的概率为___$\frac{1}{4}$_______.

12. 已知$P(A+B)=0.9$，$P(A)=0.4$，且事件A与B相互独立，则$P(B)=$_____$\frac{5}{6}$_______.

13. 设随机变量X~$U[1，5]$，$Y=2X-1$，则Y~$U[1,9]$________.

14. 已知随机变量X的概率分布为

X	-1	0	1

P	0.5	0.2	0.3

令 $Y=X^2$，则 Y 的概率分布为

Y	0	1
P	0.2	0.8

________.

15. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，都服从参数为 1 的指数分布，则当 $x>0, y>0$ 时，(X, Y) 的概率密度 $f(x,\ y)=$__e^{-x-y}________.

16. 设随机变量 X 的概率分布为

X	−1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.3	k

则 EX= 1_________.

17. 设随机变量 $X \sim f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x>0 \\ 0, \quad x \le 0\end{cases}$，已知 $EX=2$，则 λ=___$\frac{1}{2}$______.

18. 已知 $Cov(X,Y)=0.15, DX=4, DY=9$，则相关系数 $\rho_{X,Y}$= 0.025________.

19. 设 R.V. X 的期望 EX、方差 DX 都存在，则 $P(|X-EX|<\varepsilon) \ge$ _$1-\frac{DX}{\varepsilon^2}$

________.

20. 一袋面粉的重量是一个随机变量，其数学期望为 2(kg)，方差为 2.25，一汽车装有这样的面粉 100 袋，则一车面粉的重量在 180(kg) 到 220(kg) 之间的概率为 0.816________. （$\Phi_0(1.33)=0.908$）

21. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，S^2 是样本方差，则 $T=\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim$ __$t(n-1)$________.

22. 评价点估计的优良性准则通常有 无偏性、有效性、一致性（或相合性）__________.

23. 设(1，0，1，2，1，1)是取自总体 X 的样本，则样本均值 $\overline{x}$= 1______.

24. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 未知，样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是样本均值和样本方差，则参数 σ^2 的置信水平为 1-α 的置信区间为 $\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right]$______.

25. 设总体 $X \sim N(4,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，若检验问题为 $H_0:\mu=4,H_1:\mu\neq4$，则选取检验统计量为 $T=\frac{\overline{X}-4}{S/\sqrt{n}}$______.

三、计算题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

26. 已知事件 A、B 满足：$P(A)=0.8$，$P(\overline{B})=0.6$，$P(B|A)=0.25$，求 $P(A/B)$.

解：P(AB)=P(A)P(B|A)=0.8×0.25=0.2.

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(AB)}{1-P(\overline{B})}=\frac{0.2}{1-0.6}=0.5.$$

27. 设二维随机变量(X, Y)只取下列数组中的值：(0,0)，(0,-1)，(1,0)，(1,1)，且取这些值的概率分别为 0.1,0.3,0.2,0.4. 求：(X, Y)的分布律及其边缘分布律.

由题设得，(X, Y)的分布律为：

X	-1	0	1

Y			
0	0.3	0.1	0
1	0	0.2	0.4

从而求得边缘分布为：

X	0	1
P	0.4	0.6

Y	-1	0	1
P	0.3	0.3	0.4

四、综合题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

28. 设 10 件产品中有 2 件次品，现进行连续不放回抽检，直到取到正品为止. 求：(1) 抽检次数 X 的分布律；

(2) X 的分布函数；

(3) $Y=2X+1$ 的分布律.

解：（1）X 的所有可能值取 1，2，3，且

$P(X=1)=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$，$P(X=2)=\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}=\frac{8}{45}$，$P(X=3)=\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}\times\frac{8}{8}=\frac{1}{45}$.

所以 X 的分布律为：

X	1	2	3
P	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{1}{45}$

（2）当 $x<1$ 时，$F(x)=P(x\le x)=0$；

当 $1 \le x \le 2$时， $F(x)=P(X \le x)=P(X=1)=\dfrac{4}{5}$

当 $2 \le x < 3$时，$F(x)=P(X \le x)=P(x=1)+P(x=2)=\dfrac{44}{45}$

当 $x \ge 3$时，$F(x)=P(X \le x)=P(X=1)+P(X=2)=P(X=3)=1$.

所以，X的分布函数为：

$$F(x)=\begin{cases}0, x<1\\ \dfrac{4}{5}, 1 \le x < 2\\ \dfrac{44}{45}, 2 \le x < 3\\ 1, x \ge 3\end{cases}$$

（3）因为 Y=2X+1,故 Y的所有可能取值为：3，5，7.且

$$P(Y=3)=P(X=1)=\frac{4}{5}$$

$$P(Y=5)=P(X=2)=\frac{8}{45}$$

$$P(Y=7)=P(X=3)=\frac{1}{45}.$$

得到 Y的分布律为：

Y	3	5	7
P	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{45}$	
	$\frac{1}{45}$		

29.设测量距离时产生的误差 $X \sim N(0,10^2)$（单位：m），现作三次独立测

量，记 Y 为三次测量中误差绝对值大于 19.6 的次数，已知 $\Phi(1.96)=0.975$.

(1) 求每次测量中误差绝对值大于 19.6 的概率 p;

(2) 问 Y 服从何种分布，并写出其分布律；

(3) 求期望 EY.

解：（1） $p=(P|X|>1.96=1-P(|X|\leq 1.96)$

$=1-[2\phi(1.96)]=-1$

（2） Y 服从二项分布 B（3，0.05）. 其分布律为：

$$P(Y=k)=C_3^k(0.05)^k(0.95)^{3-k}, k=0,1,2,3.$$

(3) 由二项分布知：$EY=np=3\times 0.5=0.15.$

五、应用题（本大题共 10 分）

30. 市场上供应的灯泡中，甲厂产品占 60%，乙厂产品占 40%；甲厂产品的合格品率为 90%，乙厂的合格品率为 95%，若在市场上买到一只不合格灯泡，求它是由甲厂生产的概率是多少？

解：设 A 表示甲厂产品，$\bar{A}$表示乙厂产品，B 表示市场上买到的不合格品.

由题设知：$P(A)=0.6, P(\bar{A})=0.4, P(B|A)=1-0.9=0.1, P(B|\bar{A})=1-0.95=0.05.$

由全概率公式得:

$$P(B)=P(A)P(B|A)=P(\bar{A})P(B|\bar{A})=0.6\times 0.1+0.4\times 0.05=0.08.$$

由贝叶斯公式得，所求的概率为:

$$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})}=\frac{0.6\times 0.1}{0.08}=0.75$$

概率论与数理统计（经管类）综合试题四

（课程代码 4183）

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设 A，B 为随机事件，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则由 A 与 B 相互独立不能推出

(　　).

A. $P(A+B)=P(A)+P(B)$　　　B. $P(A|B)=P(A)$

C. $P(\overline{B}|\overline{A})=P(\overline{B})$　　　D. $P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B})$

2. 10 把钥匙中有 3 把能打开门，现任取 2 把，则能打开门的概率为
(　　).

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. 0.5

3. 设 X 的概率分布为 $P(X=k)=c^{-1}\frac{\lambda^k}{k!}(k=0,1,\ldots,),\lambda>0$，则 c=

(　　).

A. $e^{-\lambda}$　　B. e^{λ}　　C. $e^{-\lambda}-1$　　D. $e^{\lambda}-1$

4. 连续型随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}kx+1, & 0<x<2\\ 0, & 其它\end{cases}$，则 k=

(　　).

A. 0.5　　B. 1　　C. 2　　D. -0.5

5. 二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2e^{-2x-y}, x>0, y>0\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，则

(X,Y) 关于 X 的边缘密度 $f_X(x)=$

(　　).

A. $\begin{cases}2e^{-2x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$　B. $\begin{cases}e^{-2x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$　C. $\begin{cases}e^{-x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$　D. $\begin{cases}e^{-y}, y>0\\ 0, \quad y\le 0\end{cases}$

6. 设随机变量 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.5	0.2	0.3

则 DX=

(　　).

A. 0.8　　B. 1　　C. 0.6　　D. 0.76

7. 设 $X\sim N(-1,4), Y\sim N(1,1)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $E(X-Y)$ 与 $D(X-Y)$ 的值分别是

(　　).

A. 0，3　　B. -2，5　　C. -2，3　　D. 0，5

8. 设随机变量 $X_n \sim B(n,p), n=1,2,...,$ 其中 $0<p<1$，则

$$\lim_{n\to\infty} P\{\frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le x\} =$$

(　　).

A. $\int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$　　B. $\int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

C. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$　　D. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

9. 设样本 (X_1,X_2,X_3,X_4) 来自总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{(X_3 - X_4)^2}}$ ~

(　　).

A. $\chi^2(1)$　　B. $F(1,2)$　　C. $t(1)$　　D. $N(0,1)$

10. 设样本 $(X_1,X_2,...,X_n)$ 取自总体 *X*，且总体均值 *EX* 与方差 *DX* 都存在，则 *DX* 的矩估计量为

(　　).

A. $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$　　B. $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$

C. $S_n{}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$　　D. $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}(X_i - \overline{X})^2$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 设袋中有 5 个黑球，3 个白球，现从中任取两球，则恰好一个黑球一个白球的概率为_________.

12. 某人向同一目标重复独立射击，每次命中目标的概率为 $p(0<p<1)$，则此人第 4 次射击恰好第二次命中目标的概率是_________.

13. 设连续型随机变量 *X* 的分布函数为 $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\arctan x$，则其概率密度为

_________.

14. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim N(1,4), Y\sim N(-1,9)$，则随机变量 $2X+Y$~

__________.

15. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率分布为

X \ Y	1	2	3
−1	0.1	0.2	0
0	0.1	0.1	0.2
1	0.2	0	0.1

则协方差 $Cov(X, Y)$=__________.

16. 设 $X\sim P(4)$（泊松分布），$Y\sim E(\frac{1}{3})$（指数分布），$\rho_{X,Y}=0.3$，则 $D(X-Y)$=________.

17. 设二维随机变量 (X, Y)~$N(\mu,\mu,\sigma^2,\sigma^2,0)$，则 $E(XY^2)$=________.

18. 设随机变量 X~$N(2, 4)$，利用切比雪夫不等式估计 $P(|X-2|\geq 3)\leq$

_______.

19. 设随机变量 X_1，X_2，X_3 相互独立，且同分布 X_i：$N(-1,1)$ $(i=1,2,3)$，则随机变量 $(X_1+1)^2+(X_2+1)^2+(X_3+1)^2\sim$ __________ .

20. 设总体 X 服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，(1, 0, 1, 0, 1, 1) 是样本观测值，则 θ 的矩估计为__________ .

21. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1，X_2，X_3，X_4 是取自总体 X 的样本，若 $\hat{\mu}=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{1}{4}X_3+cX_4$ 是参数 μ 的无偏估计，则 c =__________ .

22. 设总体 $X\sim N(\mu,4)$，样本 $(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ 来自总体 X，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是样本均值和样本方差，则参数 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为_________.

23. 设总体 $X \sim N(\mu, 4^2)$，其中 μ 未知，若检验问题 $H_0: \sigma^2 = 4^2, H_1: \sigma^2 \neq 4^2$，样本 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 来自总体 X，则选取检验统计量为____________.

24. 在假设检验问题中，若原假设 H_0 是真命题，而由样本信息拒绝原假设 H_0，则犯错误____________.

25. 在一元线性回归方程 $y = \beta_0 + \beta_1 x$ 中，参数 β_1 的最小二乘估计是__________.

三、计算题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

26. 甲乙丙三人独立地向某一飞机射击，他们的射击水平相当，命中率都是 0.4. 若三人中有一人击中，则飞机被击落的概率为 0.2；若三人中有两人同时击中，则飞机被击落的概率为 0.5；若三人都击中，则飞机必被击落. 求飞机被击落的概率.

27. 设总体 X 的密度函数为 $f(x;\theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，

其中 $\theta > -1$ 是未知参数，求：(1) θ 的矩估计；(2) θ 的极大似然估计.

四、综合题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

28. 设随机变量 $X\sim f(x)=\begin{cases} x & 0\le x\le 1 \\ 2-x & 1<x\le 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$，令 $Y=2X+1$，求：(1)分布函数 $F(x)$；(2) EY 与 DX.

29. 在某公共汽车站，甲、乙、丙三人分别独立地等 1,2,3 路汽车，设每个人等车时间（单位：分钟）均服从[0, 5]上的均匀分布，求(1)一个人等车不超过 2 分钟的概率；(2)三人中至少有两个人等车不超过 2 分钟的概率.

五、应用题（本大题共 10 分）

30. 要测量 A，B 两地的距离，限于测量工具，将其分成 1200 段进行测量，设每段测量产生的误差(单位：千米)相互独立，且都服从(-0.5，0.5)上的均匀分布，试求测量 A，B 两地时总误差的绝对值不超过 20 千米的概率.

（$\Phi_0(2)=0.97725$）