

全国 20XX 年 4 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(经管类)试题
课程代码: 04183

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。

错选、多选或未选均无分。

1. 设 A, B, C 为随机事件, 则事件“ A, B, C 都不发生”可表示为()

A. $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$
$$B.\overline{A}BC$$

C. ABC

D. $\overline{ABC}$

2. 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(A)=\frac{1}{5}$, $P(B)=\frac{3}{4}$, 则 $P(A \cup B)=$ ()

A. $\frac{3}{25}$

B. $\frac{17}{25}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{23}{25}$

3. 设随机变量 $X \sim B(3, 0.4)$, 则 $P\{X \geq 1\} =$ ()

A.0.352

B.0.432

C.0.784

D.0.936

4. 已知随机变量 X 的分布律为
- | | | | |
|-----|-----|------|------|
| X | -1 | 2 | 5 |
| P | 0.2 | 0.35 | 0.45 |
- ，则 $P\{-2 < X \leq 4\} = (\quad)$

A.0.2

1133

C.0.55

D.0.8

5. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}} e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$, 则 $E(X)$, $D(X)$ 分别为 ()

A.-3, $\sqrt{2}$

B.-3, 2

C.3, $\sqrt{2}$

D.3, 2

6. 设二维随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} c, & 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $c=(\quad)$

A. $\frac{1}{4}$ B.^{1/₂}

C.2

D.4

7. 设随机变量 $X \sim N(-1, 2^2)$, $Y \sim N(-2, 3^2)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X - Y \sim$ ()

A.N(-3, -5)

B.N(-3,13)

$$\text{C.N (1, } \sqrt{13})$$

D.N(1, 13)



8. 设 X, Y 为随机变量, $D(X)=4$, $D(Y)=16$, $\text{Cov}(X, Y)=2$, 则 $\rho_{XY}=(\quad)$

A. $\frac{1}{32}$

B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

9. 设随机变量 $X \sim \chi^2(2)$, $Y \sim \chi^2(3)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $\frac{X/2}{Y/3} \sim (\quad)$

A. $\chi^2(5)$

B. $t(5)$

C. $F(2, 3)$

D. $F(3, 2)$

10. 在假设检验中, H_0 为原假设, 则显著性水平 α 的意义是 $(\quad)$

A. $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$

B. $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$

C. $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\}$

D. $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\}$

二、填空题(本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 设 A, B 为随机事件, $P(A)=0.6$, $P(B|A)=0.3$, 则 $P(AB)=\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设随机事件 A 与 B 互不相容, $P(\bar{A})=0.6$, $P(A \cup B)=0.8$, 则 $P(B)=\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设随机变量 X 服从参数为 3 的泊松分布, 则 $P\{X=2\}=\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设随机变量 $X \sim N(0, 4^2)$, 且 $P\{X>1\}=0.4013$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则 $\Phi(0.25)=\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0.1	0.1
1	0.8	0

则 $P\{X=0, Y=1\}=\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 则 $P\{X+Y>1\}=\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 在区间 $[0, 3]$ 上服从均匀分布, Y 服从参数为 4 的指数分布, 则 $D(X+Y)=\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设 X 为随机变量, $E(X+3)=5$, $D(2X)=4$, 则 $E(X^2)=\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立同分布, 且 $E(X_i)=\mu, D(X_i)=\sigma^2, i=1, 2, \dots$, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} > 0\right\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



20. 设随机变量 $X \sim \chi^2(n)$, $\chi^2_\alpha(n)$ 是自由度为 n 的 χ^2 分布的 α 分位数, 则 $P\{X \leq \chi^2_\alpha(n)\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 设总体 $X \sim N(\mu, 64)$, $x_1, x_2, \dots, x_8$ 为来自总体 X 的一个样本, $\bar{x}$ 为样本均值, 则 $D(\bar{x}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自总体 X 的一个样本, $\bar{x}$ 为样本均值, s^2 为样本方差, 则

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim \underline{\hspace{2cm}}.$$

23. 设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta)$, 其中 θ 为未知参数, 且 $E(X) = 2\theta$, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自总体 X 的一个样本, $\bar{x}$ 为样本均值. 若 $c\bar{x}$ 为 θ 的无偏估计, 则常数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自总体 X 的一个样本, $\bar{x}$ 为样本均值, 则参数 μ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

25. 设总体 $X \sim N(\mu, 4)$, $x_1, x_2, \dots, x_{16}$ 为来自总体 X 的一个样本, $\bar{x}$ 为样本均值, 则检验假设 H_0 :

$\mu = 1, H_1: \mu \neq 1$ 时应采用的检验统计量为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 盒中有 3 个新球、1 个旧球, 第一次使用时从中随机取一个, 用后放回, 第二次使用时从中随机取两个, 事件 A 表示“第二次取到的全是新球”, 求 $P(A)$.

27. 设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} 2\theta x^{2\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中未知参数 $\theta > 0$, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自总体 X 的一个样本. 求 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$.

四、综合题(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 设随机变量 x 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax + b, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 且 $P\{X \geq 1\} = \frac{1}{4}$.

求: (1) 常数 a, b ; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) $E(X)$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	-3	0	3
-3	0	0.2	0
0	0.2	0.2	0.2
3	0	0.2	0

求: (1) (X, Y) 分别关于 X, Y 的边缘分布律; (2) $D(X)$, $D(Y)$, $\text{Cov}(X, Y)$.

五、应用题(10 分)



30. 某种装置中有两个相互独立工作的电子元件, 其中一个电子元件的使用寿命 X (单位: 小时) 服从参数 $\frac{1}{1000}$ 的指数分布, 另一个电子元件的使用寿命 Y (单位: 小时) 服从参数 $\frac{1}{2000}$ 的指数分布. 试求:
 (1) (X, Y) 的概率密度; (2) $E(X)$, $E(Y)$; (3) 两个电子元件的使用寿命均大于 1200 小时的概率.

20XX 年 4 月《概率论与数理统计 (经管类)》参考答案

04183 概率论经管: 1-10 ABCCB ABDCA

11 0.18 12 $2/3$ 13 $9/[2(e \text{ 的三次方})]$ 14 0.5987 15 0.1 16 0.5 17 13/16

18 5 19 0.5 20 $1-a$ 21 8 22 $t(n-1)$ 23 0.5

24 $[\bar{x} - u(a/2) \cdot s/\sqrt{n}, \bar{x} + u(a/2) \cdot s/\sqrt{n}]$

25 $t = [\bar{x} - u] / (s/\sqrt{n})$

26 $1/2$

28 积分区间 0 到 2 $(ax+b)dx=1$ $2(a+b)=1$

积分区间 2 到 4 $(ax+b)dx=1/4$

由上述得 $a=-1/2$ $b=1$

$F(X)=0$, X 小于等于 0 时; 1, X 大于等于 2 时; $-1/4x$ 的平方 $+x$ X 大于 0 小于 2 时

$E(X)=2/3$

选择: 1-10 ABCCBADDCA

填空: (11) 0.18 (12) 0.4 (13) $\frac{9}{2}e^{-3}$ (14) 0.5987 (15) 0.1 (16) $\frac{1}{2}$ (17) $\frac{13}{16}$

(18) 5 (19) $\frac{1}{2}$ (20) $1-a$ (21) 8 (22) $t(n-1)$ (23) $\frac{1}{2}$ (24) $(\bar{x} - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

25. $u = \frac{\bar{x} - 1}{4/\sqrt{16}} \sim N(0,1)$

陆佳自考

26. $P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{C_5^2}{C_6^2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{1}{2}$

27. $L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n \theta \cdot 2\theta \cdot x_i^{\theta-1} = (2\theta)^n \cdot \prod_{i=1}^n x_i^{\theta-1}$

$\ln L = n \ln 2\theta + (\theta-1) \sum_{i=1}^n \ln x_i$

$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta} + 2 \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0 \quad \therefore \theta = -\frac{n}{2 \sum_{i=1}^n \ln x_i}$

28. $\begin{cases} \int_0^2 (ax+b) dx = 1 \\ \int_2^4 (ax+b) dx = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -\frac{1}{4}x^2 + x & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$

$E(X) = \int_0^2 x \cdot (-\frac{1}{2}x + 1) dx = \frac{1}{3}$

陆佳自考



2021/03/07 11:01

$$29. \begin{array}{c|c|c|c} X & -3 & 0 & 3 \\ \hline P & 0.2 & 0.6 & 0.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} Y & -3 & 0 & 3 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 & 0.2 \end{array}$$

$$EX = EY = 0$$

$$EX^2 = EY^2 = 3.6$$

$$\therefore DX = DY = EX^2 - (EX)^2 = 3.6$$

$$Cov(X, Y) = E(XY) - EX \cdot EY$$

 XY 的分布列:

$$\begin{array}{c|c|c|c} XY & -9 & 0 & 9 \\ \hline P & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$EXY = 0$$

$$\therefore Cov(X, Y) = 0$$

$$30. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1000} e^{-\frac{x}{1000}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2000} e^{-\frac{y}{2000}} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

由 X, Y 相互独立.

$$\therefore f(x, y) = f(x) \cdot f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2000000} e^{-\frac{x}{1000} - \frac{y}{2000}} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$EX = 1000, \quad EY = 2000$$

$$\begin{aligned} (1) P\{X > 1200, Y > 1200\} &= \int_{1200}^{+\infty} \frac{1}{1000} e^{-\frac{x}{1000}} dx \cdot \int_{1200}^{+\infty} \frac{1}{2000} e^{-\frac{y}{2000}} dy \\ &= -e^{-\frac{x}{1000}} \Big|_{1200}^{+\infty} \cdot (-e^{-\frac{y}{2000}}) \Big|_{1200}^{+\infty} = e^{-\frac{6}{5}} \cdot e^{-\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

