

绝密★启用前

2022 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

1. 在空间直角坐标系中,点 $(0,1,0)$ 在

A. x 轴上

B. y 轴上

C. z 轴上

D. oxz 平面上

2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$

A. 等于 0

B. 等于 1

C. 等于 2

D. 不存在

3. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = \sin x$ 是

A. 可分离变量的微分方程

B. 齐次微分方程

C. 一阶线性齐次微分方程

D. 一阶线性非齐次微分方程

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x=1$ 处收敛,则该级数在 $x=-1$ 处

A. 发散

B. 绝对收敛

C. 条件收敛

D. 敛散性不确定

5. 设 $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$, 则二重积分 $I = \iint_D (x+y) dx dy =$
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$
6. 设向量 $\alpha = \{2, -4, -3\}, \beta = \{1, -1, 1\}$, 则 $\alpha \cdot \beta$
- A. 0 B. 1 C. 3 D. 5
7. 设函数 $z = \sin(2x+y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$
- A. $\cos(2x+y)$ B. $2\cos(2x+y)$
C. $-\cos(2x+y)$ D. $-2\cos(2x+y)$
8. 设 Ω 是由 $x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 1$ 围成的空间闭区域, 则三重积分 $I = \iiint_{\Omega} dx dy dz =$
- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{3}{2}\pi$
9. 级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和为
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
10. 设 C, C_1, C_2 是任意常数, 则微分方程 $y'' = x + \cos x$ 的通解为
- A. $\frac{1}{6}x^3 - \sin x + C$ B. $\frac{1}{6}x^3 + C_1 \cos x + C_2 x$
C. $\frac{1}{6}x^3 - \sin x + C_1 x + C_2$ D. $\frac{1}{6}x^3 - \cos x + C_1 x + C_2$

第二部分 非选择题

二、计算题: 本大题共 10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

11. 求点 $P(2, -1, 2)$ 到平面 $\pi: 2x - 2y + z + 1 = 0$ 的距离 d .
12. 求过点 $P(1, 1, 1)$ 且与直线 $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$ 垂直的平面方程.
13. 求曲线 $x = 2t, y = t^2, z = t^3 + 1$ 在 $t = 1$ 对应点处的切线方程.
14. 设函数 $f(x, y) = \ln \frac{x}{y}$, 求梯度 $\text{grad } f(2, 3)$.

15. 设方程 $e^z - xyz = 0$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

16. 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中 D 是由圆周 $x^2 + y^2 = 4$ 所围成的闭区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_L (4x + y - 6) ds$, 其中 L 是直线的一段 $y = 1 - 2x$ ($0 \leq x \leq 1$).

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_L x^2 \sin y dx$, 其中 L 是从点 $(0, 0)$ 沿曲线 $y = x^3$ 到点 $(1, 1)$ 的弧段.

19. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛半径和收敛区间.

20. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 满足初始条件 $y(0) = 2$ 的特解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分.

21. 用定义证明无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$ 收敛, 并且收敛于 $1 - \sqrt{2}$.

22. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} z dx dy$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z = 1$ 被三个坐标面所截得部分的上侧.