

2022 年 4 月自考 00022 高等数学 (工专) 真题及答案

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 下列函数中,周期为 4π 的函数是

- A. $y = \sin \frac{x}{2}$ B. $y = \sin 2x$ C. $y = x \sin x$ D. $y = \cos^2 x$

2. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 16$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n =$

- A. 16 B. 1 C. 0 D. 不存在

3. 设函数 $f(x) = \frac{\cos(x+2)}{x^2 - \sqrt{3x+2}}$, 则函数 $f(x)$ 的所有间断点是 $x =$

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1 和 2

4. 不定积分 $\int \operatorname{darcsin} x =$

- A. $\arcsin x$ B. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
C. $\arcsin x + C$ D. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$

5. 行列式 $\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} =$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共 8 空,每空 4 分,共 32 分。

6. 函数 $f(x) = \ln(x-2) + \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$ 的定义域为_____.

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ _____.

8. 函数 $y = x^2 + 1$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值为_____.

9. 设 $y = 2^x + 1$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

10. 不定积分 $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx =$ _____.

11. 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = x$ 及 $x = 2$ 所围的平面图形的面积为_____.

12. 行列式 $\begin{vmatrix} -2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} =$ _____.

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

三、计算题:本大题共 7 小题,每小题 6 分,共 42 分。

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$.

15. 设 $y = \cos(x^2) + 3$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1}$.

16. 求曲线 $y = x^2 + \ln x$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程.

17. 求不定积分 $\int \ln 2x dx$.

18. 讨论函数 $y = \sqrt[3]{x}$ 的单调性.

19. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ -\sin x, & x \geq 0, \end{cases}$ 计算定积分 $\int_{-1}^2 f(x) dx$.

20. λ 为何值时,方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + \lambda x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

只有零解?

四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

21. 试问 a 为何值时,函数 $f(x) = a \cos x - \frac{1}{2} \cos 2x$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处取得极值? 它是极大值还是极小值?

22. 求由曲线 $y = -x^2$ 与直线 $y = x$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.