

2022 年 4 月自考 00020 高等数学 (一) 真题及答案

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 下列函数中为偶函数的是

- A. $x^3 \sin x$ B. $x^3 |\sin x|$ C. $x^3 \cos x$ D. $x^3 |\cos x|$

2. 设 $x > 0, y > 0$, 则下列等式不成立的是

- A. $\ln(x^2) = 2 \ln x$ B. $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
C. $\ln(x+y) = \ln(x) + \ln(y)$ D. $\ln(\frac{x}{y}) = \ln(x) - \ln(y)$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 1}{2n^3 + n + 1} =$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. ∞

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{2x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则常数 $a =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

5. 曲线 $y = 2x^2 - x$ 在 $x=1$ 时的切线方程为

- A. $y = 2x - 4$ B. $y = 2x - 2$
C. $y = 3x - 4$ D. $y = 3x - 2$

6. 设某商品的需求函数 $q = 35 - p^2$ ，其中 p, q 分别是价格和需求量. 则 $p = 5$ 时的需求价格弹性为
- A. -9 B. -7 C. -5 D. -3
7. 函数 $f(x) = x^5 + 2x^3 - 5$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上
- A. 单调减少 B. 单调增加
- C. 有增有减 D. 不增不减
8. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 10x - 1$ 的拐点为
- A. $(2, 3)$ B. $(3, 2)$ C. $(2, 5)$ D. $(5, 2)$
9. 不定积分 $\int \frac{x}{x^2 + 5} dx =$
- A. $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 5) + C$ B. $2 \ln(x^2 + 5) + C$
- C. $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 5)$ D. $2 \ln(x^2 + 5)$
10. 设函数 $z = x^2 + xy + 2y^2$, 则全微分 $dz|_{(2,1)} =$
- A. $3dx + 6dy$ B. $6dx + 3dy$
- C. $6dx + 5dy$ D. $5dx + 6dy$

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 求抛物线 $y = x^2 - x$ 与直线 $y = x + 3$ 的交点.

12. 求函数 $f(x) = \frac{x-3}{(x-2)\ln x}$ 的间断点.

13. 设函数 $y = 5^{2x} \arcsin x$, 求导数 $\frac{dy}{dx}$.

14. 求曲线 $y = \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 - 5x + 2}$ 的水平渐近线.

15. 计算定积分 $I = \int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x} dx$.

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \tan x)^{\frac{1}{3x}}$.

17. 设函数 $y = f(x^2)$ ，且 $f(x)$ 满足 $f'(x) = \arctan x$ ，求微分 dy .

18. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 2^{-x} - 2}{1 - \cos x}$.

19. 设函数 $F(x) = \int_0^x t \sin^2 t dt$ ，求二阶导数 $F''(x)$.

20. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}$ 的通解.

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

某商品售价为 P (万元) 时，市场对商品的需求量 $Q = f(P) = 20 - P$ (吨). 产量为 Q 时的边际成本 $C'(Q) = 2Q + 2$ (万元/吨)，固定成本为 10 (万元).

(1) 求总成本函数 $C(Q)$;

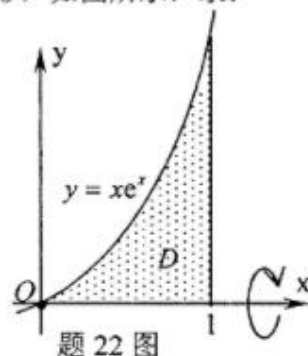
(2) 当产量 Q 为多少时利润最大?

22. (本小题 6 分)

设 D 是由曲线 $y = xe^x$ 与直线 $x = 1$ 及 x 轴所围成的平面图形, 如图所示. 求:

(1) D 的面积 A ;

(2) D 绕 x 轴旋转一周的旋转体体积 V_x .



23. (本小题 6 分)

求函数 $z = x^2 + 5y^2 - 3xy$ 的极值.

24. (本小题 7 分)

计算二重积分 $I = \iint_D y^3 dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{x}$, 直线 $x = 2$ 以及 x 轴围成的平面区域, 如图所示.

