绝密★启用前

2021年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码　04183）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

座位号：

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．设随机事件A,B相互独立，且$P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，则$P(AB)=$

A．0　　B．0.06　　C．0.2　　D．0.3

2．设A,B为随机事件，且$B\subset A$，$P(A)=0.7$，$P(B)=0.3$，则$P(A-AB)=$

A．0.21　　B．0.3　　C．0.4　　D．0.7

3．设随机变量X概率密度为$f(x)=\begin{cases}cx^2, & 0\le x\le 3,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 则常数$c=$

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．3　　D．9

4．设随机变量$X\sim B(3,0.3)$，则$P\{X=3\}=$

A．0.027　　B．0.27　　C．0.3　　D．0.343

5．设随机变量X,Y相互独立，且$X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，则$P\{X>0,Y>0\}=$

A．0　　B．0.025　　C．0.25　　D．1

6．下列各式一定成立的是

A．$E(XY)=E(X)E(Y)$　　B．$D(X-Y)=D(X)-D(Y)$

C．$D(X-Y)=D(X)+D(Y)$　　D．$D(X-Y+3)=D(X-Y)$

姓名：

7．设随机变量 $X \sim N(0,1)$，$Y \sim \chi^2(7)$，X,Y 相互独立，令 $T = \dfrac{X}{\sqrt{Y/7}}$，则 $T \sim$

A．$t(6)$　　B．$t(7)$　　C．$F(1,7)$　　D．$\chi^2(6)$

8．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，x_1,x_2,x_3 是来自 X 的样本，则 μ 的无偏估计是

A．$x_1 + x_2 + x_3$　　B．$\frac{1}{2}(x_1 + x_2 + x_3)$

C．$\frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3)$　　D．$\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$

9．在假设检验中 H_0 为原假设，则犯第一类错误指的是

A．H_0 成立，经检验拒绝 H_0　　B．H_0 成立，经检验接受 H_0

C．H_0 不成立，经检验接受 H_0　　D．H_0 不成立，经检验拒绝 H_0

10．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 已知，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自 X 的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，s 是样本标准差．若检验假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$，则采用的检验统计量应为

A．$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$　　B．$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n-1}}$

C．$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$　　D．$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n-1}}$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设事件 A,B 互不相容，$P(A)=0.4$，则 $P(A\bar{B})=$________.

12. 设事件 A,B 互相独立，$P(A)=0.3$，则 $P(A|B)=$________.

13. 盒中有正品8个，次品2个，随机取两次，每次取一个，取后不放回，则第二次取得次品的概率是________.

14. 设 $P(B)=0.8$，$P(A|B)=0.2$，则 $P(AB)=$________.

15. 设 X 为连续型随机变量，则 $P\{X=3\}=$________.

16. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}1-e^{-3x}, & x>0,\\ 0, & x\leq 0,\end{cases}$ 则当 $x>0$ 时，X 的概率密度 $f(x)=$________.

17. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.2	0.3
1	0.1	0.2	0.1

则 $P\{X=Y\}=$________.

18. 设随机变量 X,Y 相互独立，且 $P\{X\leq 1\}=\frac{1}{4}$，$P\{Y\leq 1\}=\frac{1}{3}$，则 $P\{X\leq 1,Y\leq 1\}=$________.

19. 设总体 $X\sim N(0,0.2^2)$，$x_1,x_2,\cdots,x_8$ 为来自 X 的样本，若要使 $c\sum_{i=1}^{8}x_i^2\sim\chi^2(8)$，则常数 c ________.

20. 设总体 $X\sim N(\mu,3^2)$，$x_1,x_2,\cdots,x_9$ 为来自 X 的样本，$\bar{x}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}x_i$，则 $D(\bar{x})=$________.

21. 设随机变量 X,Y 相互独立，$X\sim\chi^2(3)$，$Y\sim\chi^2(4)$，令 $F=\frac{4}{3}\frac{X}{Y}$，则 $F\sim$________.

22. 设总体 X 服从区间 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，则未知参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=$________.

23. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 为未知参数，x_1,x_2,x_3,x_4 为来自 X 的样本，$\hat{\mu}_1=\frac{1}{4}(x_1+x_2+x_3+x_4)$，$\hat{\mu}_2=\frac{1}{8}x_1+\frac{1}{8}x_2+\frac{1}{8}x_3+\frac{5}{8}x_4$ 作为 μ 的无偏估计，则它们中较有效的是________.

24．设总体 $X \sim N(\mu,4)$，$x_1,x_2,\cdots,x_{64}$ 为来自 X 的样本，且样本均值 $\bar{x}=14$，则 μ 的置信度为0.95的置信区间是________.（附：$u_{0.025}=1.96$）

25．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，s^2 为样本方差，若检验假设 $H_0:\sigma^2=2$，$H_1:\sigma^2\neq 2$，则应采用的检验统计量表达式为________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．设随机变量 $X \sim B(4,0.3)$，求 $E(-2X+3)$，$D(-2X+3)$.

27．设总体 X 服从 0－1 分布，即 $P\{X=x\}=p^x(1-p)^{1-x},(x=0,1)$，$p$ 为未知参数，且 $0<p<1$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{x}$ 为样本均值.

求：（1）p 的矩估计 $\hat{p}_1$；（2）p 的极大似然估计 $\hat{p}_2$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	a	0.1	0.2
1	0.1	b	0.2

且 $P\{X=0\}=0.5$.

（1）求常数 a,b；（2）求 (X,Y) 关于 X 和关于 Y 的边缘分布律；

（3）问 X 与 Y 是否相互独立？为什么？（4）求 $P\{X+Y=0\}$.

29．设随机变量 X 服从 $[1,5]$ 上的均匀分布，Y 服从参数为 3 的指数分布，且 X,Y 相互独立.

求：（1）X 的概率密度 $f_X(x)$ 和 Y 的概率密度 $f_Y(y)$；

（2）(X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$；

（3）$E(X-2Y),D(X-2Y)$.

五、应用题：10 分。

30．设某射手命中率为0.8，共射击100次，利用中心极限定理，求命中80次至90次的概率.（附：$\Phi(2.5)=0.9938$）

概率论与数理统计 202110(课程代码 04183)

一、单项选择题:本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

1.B　2.C　3.A　4.A　5.C　6.D　7.B　8.D　9.A　10.C

二、填空题:本大题共 15 小题,每小题 2 分，共 30 分。

11.0.　　12.0.3

13.0.2　　14.0.16

15.0　　16. $3e^{-3x}$

17.0.3　　18.1/2

19.25　　20.1

21.F(3,4)　　22. $2\bar{x}$

23. $\hat{\mu}_1$　　24.[13.51,14.49]

25. $\dfrac{(n-1)s^2}{2}$

三、计算题:本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26.解 E(X)=4×0.3=1.2，D(X)=4×0.3×0.7=0.84,　……2 分

E(-2X+3)=-2E(X)+3=0.6,　……5 分

D(-2X+3)=4D(X)=3.36.　……8 分

27.解(1)由 E(X)=p=$\bar{x}$，得 $\hat{p}_1=\bar{x}$；　……3 分

(2)似然函数为

$$L(p)=\prod_{i=1}^{n}p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}=p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}$$

$$\ln L(p)=\sum_{i=1}^{n}x_i\ln p+\left(n-\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\ln(1-p)$$

$$\frac{d}{dp}\ln L(p)=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{p}-\frac{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}{1-p}=0$$

得 p 的极大似然估计 $\hat{p}_2=\bar{x}$ ………8 分

四、综合题:本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 解(1)由 P{X=0}=a+0.1+0.2=0.5，得 a=0.2，
又由分布律的性质可知 a+0.1+0.2+0.1+b+0.2=1，
得 b=0.2； …………4 分

(2)(X, Y)关于 X 的边缘分布律为

X	0	1
P	0.5	0.5

(X, Y)关于 Y 的边缘分布律为

Y	-1	0	1
P	0.3	0.3	0.4

……8 分

(3)因为 P{X=0, Y=0}=0.1，P{X=0}=0.5，P{Y=0}=0.3，
P{X=0, Y=0}≠P{X=0}P{Y=0}，
故 X 与 Y 不相互独立； ……10 分
(4)P{X+Y=0}=P{X=0, Y=0}+P{X=1, Y=-1}
=0.1+0.1=0.2. ……12 分

29. 解(1)X 的概率密度 $f_x(x)=\begin{cases}\frac{1}{4},1\le x\le 5\\0,\text{其他}\end{cases}$

Y 的概率密度 $f_y(y)=\begin{cases}3e^{-3y},y>0,\\0,y\le 0,\end{cases}$ ……4 分

(3)E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)=3-2×1/3=7/3
D(X-2Y)=D(X)+4D(Y)=4/3+4×1/9=16/9 ……12 分

五、应用题:10 分。

30. 解设 X 表示射手在 100 次射击中命中的次数，则 X~B(100, 0.8)， ……3 分
E(X)=80，D(X)=16， ……5 分
依中心极限定理可得，命中 80 次至 90 次的概率为

$$P\{80 \le X \le 90\} = P\left\{\frac{80-80}{\sqrt{16}} \le \frac{X-80}{\sqrt{16}} \le \frac{90-80}{\sqrt{16}}\right\}$$

$\Phi(2.5)-\Phi(0)=0.9938-0.5=0.4938$ ……10 分