绝密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码　04183）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 某人打靶时连续射击两次，事件“至少有一次中靶”的对立事件是

A.“两次都不中靶”　　B.“两次都中靶”

C.“只有一次中靶”　　D.“至多有一次中靶”

2. 设事件A与B互不相容，且$P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$，则$P(A-B)=$

A. 0.2　　B. 0.3　　C. 0.5　　D. 0.8

3. 甲、乙两人对弈一局，两人下成和棋的概率是$\frac{1}{2}$，乙获胜的概率是$\frac{1}{3}$，则甲获胜的概率是

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

4. 设随机变量$X\sim N(3,2^2)$，且$P\{X>c\}=P\{X\le c\}$，则常数$c=$

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 对于任意参数，随机变量X均可满足$E(X)=D(X)$，则X服从的分布一定是

A. 均匀分布　　B. 指数分布　　C. 二项分布　　D. 泊松分布

姓名：________　座位号：________

6. 设随机变量 $X \sim N(1,4^2)$，$Y \sim N(0,2^2)$，X 与 Y 相互独立，则 $D(X-Y)=$

A. 2　　B. 6　　C. 12　　D. 20

7. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 $X \sim N(0,4)$ 的样本，$Y=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2$，如果 $Y \sim \chi^2(2)$，则常数 a,b 的值分别为

A. $a=\frac{1}{20},b=\frac{1}{100}$　　B. $a=\frac{1}{12},b=\frac{1}{28}$

C. $a=20,b=100$　　D. $a=12,b=28$

8. 设总体 $X \sim N(0,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则未知参数 σ^2 的无偏估计是

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$　　B. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

C. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$　　D. $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

9. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma_0^2)$，σ_0^2 已知，μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间长度为 l，则当 α 增大时，l 的变化为

A. 增大　　B. 减小　　C. 不变　　D. 不确定

10. 在线性回归模型 $y_i=\beta_0+\beta_1x_i+\varepsilon_i\ (i=1,2,\cdots,n)$ 中，总的偏差平方和为 SST，剩余平方和为 SSE，回归平方和为 SSR，三者之间的关系是

A. $SSE=SST+SSR$　　B. $SSR=SST+SSE$

C. $SST=SSE+SSR$　　D. $SST+SSE+SSR=0$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．已知 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$________.

12．设随机事件 A 与 B 相互独立，$P(A)=P(B)=\frac{1}{3}$，则 $P(\overline{A}\overline{B})=$________.

13．某种饮料每箱装 6 听，如果其中有 2 听不合格，质检人员随机抽取 2 听，则检测出不合格饮料的概率是________.

14．某射手射击所得环数 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccccc} X & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline P & 0.1 & 0.28 & 0.11 & 0.29 & 0.22 \end{array}$，如果命中 8～10 环为优秀，则这名射手射击一次为优秀的概率是________.

15．设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，且 $\Phi(2)=0.9772$，则 $P\{\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma\}=$________.

16．设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，随机变量 Y 服从二项分布 $B\left(2,\frac{1}{2}\right)$，且满足 $P\{X=0\}=P\{Y=0\}$，则 $\lambda=$________.

17．设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，则 $P\{X\ge 2\}=$________.

18．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1
0	0.1	b
1	a	0.4

则 $a+b=$________.

19．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 2x, & 0<x<1,\ 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$

则当 $0<y<1$ 时，Y 的概率密度 $f_Y(y)=$________.

20．设二维随机变量 (X,Y) 服从平面区域 $D=\{(x,y)|0\le x\le 2,0\le y\le 3\}$ 上的均匀分布，则 $E(XY)=$________.

21．设总体 X 服从 $0-1$ 分布，即 $P\{X=1\}=p$，$P\{X=0\}=1-p$，$(0<p<1)$．

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本，令 $Y=X_1+X_2+\cdots+X_n$，则 $P\{Y=0\}=$________．

22．某理财产品每月的收益率 X 服从正态分布 $N(\mu,0.2)$，现随机抽取 5 个月的收益率分别为 -0.2, 0.1, 0.8, -0.6, 0.9，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为________．

（附：$\Phi(1.96)=0.975$）

23．设 H_0 是假设检验的原假设，显著性水平为 0.05，则 $P\left\{拒绝H_0 \middle| H_0成立\right\}=$________．

24．设总体 $X\sim N(\mu,4)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则检验假设 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$ 应采用的统计量表达式为________．

25．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S 为样本标准差，检验假设 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$，已知在 H_0 成立的条件下，

$\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(19)$，则 $n=$________．

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．某在线支付设置的支付密码共有 6 位数字，每位数字都可从 0～9 中任选一个．某客户一次购物进行在线支付时，忘记了密码的最后一位数字．

求：（1）任意选择最后一位数字，不超过 2 次就选正确的概率；

（2）如果该客户记得密码的最后一位是奇数，不超过 2 次选正确的概率．

27．设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1,\\ 1-\theta, & 1\le x<2,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 其中 θ 为未知参数 $(0<\theta<1)$，

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本，记 N 为样本在区间 $(0,1)$ 内的个数 $(0<N<n)$，其余的样本均在区间 $[1,2)$ 中．

求：（1）θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$；（2）θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_2$．

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	-1	2	3
-1	0.1	0.2	0.1
2	0.2	0.2	0.2

求：（1）(X,Y)关于X的边缘分布律；（2）X的分布函数$F_X(x)$；（3）$P\{Y\le 2\}$.

29. 设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{8}x^3, & 0\le x<2,\\ 1, & x\ge 2,\end{cases}$ 又$Y=2X-1$.

求：（1）$E(X)$；（2）$E\left(\frac{1}{X^2}\right)$；（3）$\mathrm{Cov}(X,Y)$.

五、应用题：10 分。

30. 某制药厂广告宣称某种药品的疾病治愈率为80%，药品主管部门随机抽查了 100 名服用此药的疾病患者，如果其中有超过75%的患者治愈就认为该广告宣称是真实的，否则为虚假广告.

求：（1）若此药的实际治愈率为75%，不接受这一广告宣称的概率p_1；

（2）若此药的治愈率确为80%，接受这一广告宣称的概率p_2.

（附：$\Phi(1.25)=0.8944$）

绝密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）试题答案及评分参考

（课程代码　04183）

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

1. A	2. C	3. A	4. C	5. D
6. D	7. A	8. B	9. B	10. C

二、填空题：本大题共15小题，每小题2分，共30分。

11. $\frac{1}{3}$	12. $\frac{4}{9}$	13. 0.6	14. 0.62
15. 0.9544	16. $\ln 4$	17. e^{-2}	18. 0.5
19. 1	20. $\frac{3}{2}$	21. $(1-p)^6$	22. $[-0.192, 0.592]$
23. 0.05	24. $2(\bar{X}-\mu_0)$	25. 20	

三、计算题：本大题共2小题，每小题8分，共16分。

26. 解　设事件 A_i 表示“第 i 次选正确密码” $(i=1,2)$，

A 表示“不超过2次选正确密码”，B 表示“最后一位选奇数”．　……2分

（1）$A=A_1\cup\bar{A}_1A_2$，$P(A)=P(A_1)+P(\bar{A}_1A_2)=\frac{1}{10}+\frac{9\times1}{10\times9}=\frac{1}{5}$；　……5分

（2）$P(A|B)=P(A_1|B)+P(\bar{A}_1A_2|B)=\frac{1}{5}+\frac{4\times1}{5\times4}=\frac{2}{5}$．　……8分

27. 解　（1）由 $E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}-\theta$，　……2分

令 $\frac{3}{2}-\theta=\bar{X}$，得 $\theta=\frac{3}{2}-\bar{X}$，即 $\hat{\theta}_1=\frac{3}{2}-\bar{X}$；　……4分

（2）似然函数为 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)=\theta^{N}(1-\theta)^{n-N}$， ……6 分

对数似然函数为 $\ln L(\theta)=N\ln\theta+(n-N)\ln(1-\theta)$，

令 $\frac{\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{N}{\theta}-\frac{n-N}{1-\theta}=0$，得 $\theta=\frac{N}{n}$，

所以 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_2=\frac{N}{n}$． ……8 分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分．

28．解 （1）(X,Y) 关于 X 的边缘分布律为 $\begin{array}{c|cc} X & -1 & 2 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}$； ……3 分

（2）X 的分布函数为 $F_X(x)=\begin{cases} 0, & x<-1, \\ 0.4, & -1\le x<2, \\ 1, & x\ge 2; \end{cases}$ ……8 分

（3）$P\{Y\le 2\}=P\{Y=-1\}+P\{Y=2\}=0.3+0.4=0.7$． ……12 分

29．解 随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \frac{3}{8}x^2, & 0\le x<2, \\ 0, & 其他. \end{cases}$ ……2 分

（1）$E(X)=\int_0^2 x\frac{3}{8}x^2\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$； ……4 分

（2）$E\left(\frac{1}{X^2}\right)=\int_0^2\frac{1}{x^2}\frac{3}{8}x^2\mathrm{d}x=\frac{3}{4}$； ……6 分

（3）$E(X^2)=\int_0^2 x^2\frac{3}{8}x^2\mathrm{d}x=\frac{12}{5}$，$D(X)=E(X^2)-\left[E(X)\right]^2=\frac{3}{20}$， ……10 分

$\mathrm{Cov}(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=2D(X)=\frac{3}{10}$． ……12 分

五、应用题：10 分．

30．解 设随机抽查的 100 名患者中被治愈的人数为 X，p 为治愈率．

则 $X\sim B(100,p)$，$E(X)=100p$，$D(X)=100p(1-p)$． ……2 分

（1）当 $p=0.75$ 时，

$p_1=P\{X\le 75\}=P\left\{\frac{X-100\times 0.75}{\sqrt{100\times 0.75\times 0.25}}\le\frac{75-100\times 0.75}{\sqrt{100\times 0.75\times 0.25}}\right\}$

$\approx\Phi(0)=0.5$； ……6 分

（2）当 $p=0.8$ 时，

$p_2=P\{X>75\}=P\left\{\frac{X-100\times 0.8}{\sqrt{100\times 0.8\times 0.2}}>\frac{75-100\times 0.8}{\sqrt{100\times 0.8\times 0.2}}\right\}$

$\approx 1-\Phi(-1.25)=\Phi(1.25)=0.8944$． ……10 分