2021 年安徽专升本数学科目真题及答案

安徽省 2021 年普通专升本招生考试

公共课联考《高等数学》课程考试试卷

（闭卷　时间　120 分钟）

题 号	一	二	三	总分
得 分				

得 分	评卷人	复核人

一、单项选择题（1-12 小题，每小题 4 分，共 48 分. 请将所选选项的字母写在题首左侧的括号内）

【　　】1. 当 $x \to 0$ 时，与 x 等价的无穷小量是

A. $\tan x$　　B. $1-\cos x$　　C. $\sqrt{1+x}-1$　　D. $\ln(1+2x)$

【 A 】1. 当 $x \to 0$ 时，与 x 等价的无穷小量是

A. $\tan x$　　B. $1-\cos x$　　C. $\sqrt{1+x}-1$　　D. $\ln(1+2x)$

[考点] 无穷小阶的比较

A. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=1$　两者是等价无穷小

B. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\dfrac{1}{2}$

C. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{2}x}{x}=\dfrac{1}{2}$

D. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}=2$

【　　】2. 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，且 $f'(1)=1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+2h)-f(1)}{h}=$

A. -2　　　　B. -1　　　　C. 1　　　　D. 2

【 D 】2. 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，且 $f'(1)=1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+2h)-f(1)}{h}=$

A. -2　　　　B. -1　　　　C. 1　　　　D. 2

[考点] 导数的意义

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{2h}\cdot 2=2f'(1)=2$$

【　　】3. 函数 $f(x)=-\dfrac{2}{x^3}$ 在区间 $(-1,0)$ 内

A. 有极大值　　　B. 有极小值　　　C. 单调增加　　　D. 单调减少

【 C 】3. 函数 $f(x)=-\dfrac{2}{x^3}$ 在区间 $(-1,0)$ 内

A. 有极大值　　　B. 有极小值　　　C. 单调增加　　　D. 单调减少

[考点] 函数单调性的判断及极值的求法

$$f'(x)=-\frac{0-2\cdot 3x^2}{(x^3)^2}=\frac{6}{x^4}$$

当 $x\in(-1,0)$ 时，$f'(x)>0$，故单调增加

【　　】4. 若函数 $f(x)=\begin{cases}(1-x)^{\frac{2}{x}} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$，在 $x=0$ 处连续，则 $a=$

A. $e^{\frac{1}{2}}$　　B. e^{2}　　C. $e^{-\frac{1}{2}}$　　D. e^{-2}

【 D 】4. 若函数 $f(x)=\begin{cases}(1-x)^{\frac{2}{x}} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$，在 $x=0$ 处连续，则 $a=$

A. $e^{\frac{1}{2}}$　　B. e^{2}　　C. $e^{-\frac{1}{2}}$　　D. e^{-2}

【考点】重要极限公式＋连续性的概念

$$\lim_{x\to 0}(1-x)^{\frac{2}{x}}=e^{-2}=f(0)=a$$

故 $a=e^{-2}$

【　　】5. 曲线 $2x^2+y^2-2x-1=0$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为

A. $x+y-2=0$　　B. $2x+y-3=0$

C. $x-2y+1=0$　　D. $x-y=0$

【 A 】5. 曲线 $2x^2+y^2-2x-1=0$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为

A. $x+y-2=0$　　B. $2x+y-3=0$

C. $x-2y+1=0$　　D. $x-y=0$

【考点】隐函数求导＋切线方程求法

两边对 x 求导.

$$4x+2y\cdot y'-2=0$$

将 $(1,1)$ 点代入，可得 $y'=-1$

切线方程：$y-1=-(x-1)$

$$x+y-2=0$$

【　　】6. 设函数 $F(x)=\int_0^{x^3}\sqrt{1+t^2}\,dt$，则 $F'(x)=$

A. $\sqrt{1+x^2}$　　B. $\sqrt{1+x^6}$

C. $3x^2\sqrt{1+x^2}$　　D. $3x^2\sqrt{1+x^6}$

【D】6. 设函数 $F(x)=\int_0^{x^3}\sqrt{1+t^2}\,dt$，则 $F'(x)=$

A. $\sqrt{1+x^2}$ B. $\sqrt{1+x^6}$

C. $3x^2\sqrt{1+x^2}$ D. $3x^2\sqrt{1+x^6}$

[考点] 变限积分的导数

$$F'(x)=\sqrt{1+(x^3)^2}\cdot(x^3)'=3x^2\sqrt{1+x^6}$$

【 】7. 设 e^{-x} 是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则下列各式正确的是

A. $\int f(x)dx=e^{-x}$ B. $d\left(\int f(x)dx\right)=-e^{-x}dx$

C. $\int f'(x)dx=e^{-x}$ D. $d\left(\int f'(x)dx\right)=-e^{-x}dx$

【天一专升本强化班 40 页例 1】

【B】7. 设 e^{-x} 是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则下列各式正确的是

A. $\int f(x)dx=e^{-x}$ B. $d\left(\int f(x)dx\right)=-e^{-x}dx$

C. $\int f'(x)dx=e^{-x}$ D. $d\left(\int f'(x)dx\right)=-e^{-x}dx$

[考点] 原函数的概念+不定积分的性质

$$(e^{-x})'=f(x)$$

$$\int f(x)dx=e^{-x}+C$$

$$\int f'(x)dx=f(x)+C=-e^{-x}+C$$

$$d\left[\int f(x)dx\right]=d(e^{-x}+C)=-e^{-x}dx$$

$$d\left[\int f'(x)dx\right]=d\,f(x)=d(-e^{-x})=e^{-x}dx$$

【C】8. 方程 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & x & x^2 \end{vmatrix}=0$ 根的个数为 【天一专升本强化班 84 页例 3】

A. 0　　　B. 1　　　C. 2　　　D. 3

[考点] 行列式的计算

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & x & x^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & x+1 & x^2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ x+1 & x^2-1 \end{vmatrix}$$

$$= 3(x^2-1) - 3(x+1) = 3(x-1)(x+1) - 3(x+1)$$

$$= 3(x+1)(x-1-1) = 3(x+1)(x-2)$$

即 $3(x+1)(x-2)=0$ 可得解 $x=-1$ 或 $x=2$

【A】9. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 + x_3 = a \\ x_1 - x_3 = b \end{cases}$ 有解，则 a,b 满足

A. $a+b=1$　　　B. $a+b=-1$　　　C. $a+b=0$　　　D. $a+b=2$

[考点] 线性方程组有解的判定.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & -1 & b \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & a \\ 0 & -1 & -1 & b-1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & a+b-1 \end{array}\right)$$

$R(A) = R(A \vdots B)$

即 $a+b-1=0 \Rightarrow a+b=1$

【　】10. 设 A，B 为两个 n 阶方阵，E 为 n 阶单位矩阵，若 $AB=E$，则下列结论不成立的是

A. B 是可逆矩阵　　　B. 齐次线性方程组 $BX=0$ 有非零解

C. B 的秩为 n　　　D. B 的列向量线性无关

【B】10. 设 A、B 为两个 n 阶方阵，E 为 n 阶单位矩阵，若 $AB=E$，则下列结论不成立的是

A. B 是可逆矩阵　　B. 齐次线性方程组 $BX=0$ 有非零解

C. B 的秩为 n　　D. B 的列向量线性无关

【考点】矩阵可逆＋线性相关(无关)＋线性方程组的解

$AB=E$ 故有 $|AB|=|E|=1$ 即 $|A|\cdot|B|=1$.

可知 $|A|\neq 0$ 且 $|B|\neq 0$

$|B|\neq 0 \Leftrightarrow B$ 可逆 $\Leftrightarrow R(B)=n \Leftrightarrow$ 列向量线性无关

【　】11. 某校有 50 名篮球队员，其中男队员 30 名，女队员 20 名，假设该校男队员定点投篮命中的概率为 0.7，女队员为 0.6，现从这 50 名队员中随机抽选 1 名队员进行定点投篮测试，则该队员命中的概率为（　）【天一专升本点题班第 8 套试卷第 23 题】

A. 0.64　　B. 0.65　　C. 0.66　　D. 0.67

【C】11. 某校有 50 名篮球队员，其中男队员 30 名，女队员 20 名，假设该校男队员定点投篮命中的概率为 0.7，女队员为 0.6，现从这 50 名队员中随机抽选 1 名队员进行定点投篮测试，则该队员命中的概率为

A. 0.64　　B. 0.65　　C. 0.66　　D. 0.67

【考点】全概率公式

$$\frac{30}{50}\times 0.7+\frac{20}{50}\times 0.6=0.66.$$

【　】12. 设 A 与 B 是任意两个相互独立的随机事件，且 $P(B)>0$，则下列各式正确的是

A. $P(A\overline{B})=P(A)$　　B. $P(A|B)=P(A)$

C. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　D. $P(\overline{A}B)=P(B)-P(A)$

【B】12. 设 A 与 B 是任意两个相互独立的随机事件，且 $P(B)>0$，则下列各式正确的是

A. $P(A\overline{B})=P(A)$　　B. $P(A|B)=P(A)$

C. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　D. $P(\overline{A}B)=P(B)-P(A)$

【考点】事件的独立性 + 三大公式

A. $P(A\bar{B})=P(A)P(\bar{B})$

B. $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B)}{P(B)}=P(A)$

C. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

D. $P(\bar{A}B)=P(\bar{A})P(B)$

得　分	评卷人	复核人

二、填空题（13-18 题，每小题 4 分，共 24 分）

13. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin ax}{x}=-3$，则 $a=$________.

13. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin ax}{x}=-3$，则 $a=$ -3 .

【考点】重要极限公式+等价无穷小

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{ax}{x}=a=-3$$

14. 函数 $y=-x^3+3x^2+6$，则函数的拐点为________.

14. 函数 $y=-x^3+3x^2+6$，则函数的拐点为 $(1,8)$.

【考点】拐点的计算

$$y'=-3x^2+6x$$

$$y''=-6x+6=0\Rightarrow x=1$$

当 $x<1$ 时 $y''>0$ 当 $x>1$ 时. $y''<0$

故拐点为 $(1,8)$

15. $\int_{-1}^{1}\left(x^{2021}+|x|\right)dx=$________.

15. $\int_{-1}^{1}\left(x^{2021}+|x|\right)dx=$ 1.

[考点] 定积分的奇偶对称性

$$\int_{-1}^{1}x^{2021}dx+\int_{-1}^{1}|x|dx$$

$$=0+2\int_{0}^{1}xdx=x^2\Big|_0^1=1$$

16. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$，$A^2+2A=$________.

16. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$，$A^2+2A=\begin{pmatrix}-1&-2\\2&-1\end{pmatrix}$.

【考点】矩阵的计算 + 初等变换

$$A^2+2A=A(A+2E)=$$

$$A+2E=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-1\\1&2\end{pmatrix}$$

$$A(A+2E)=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\2&-1\end{pmatrix}$$

17. 离散型随机变量 X 的分布列 $P(X=k)=\frac{a}{1+k}, k=1,2,3$，则 $a=$________.

17. 离散型随机变量 X 的分布列 $P(X=k)=\frac{a}{1+k}, k=1,2,3$，则 $a=\underline{\frac{12}{13}}$.

[考点] 分布列的性质

$$\frac{a}{1+1}+\frac{a}{1+2}+\frac{a}{1+3}=1$$

$$\text{即 } a\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=1$$

$$\frac{13}{12}a=1 \Rightarrow a=\frac{12}{13}$$

18. $X\sim N(1,5^2)$，$P(|x-1|\le 5)=$________.（$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数）

18. $X\sim N(1,5^2)$，$P(|x-1|\le 5)=\underline{0.6826}$.（$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数）

[考点] 正态分布的标准化

$$X\sim N(1,5^2) \qquad \frac{X-1}{5}\sim N(0,1)$$

$$P(|x-1|\le 5)=P\left(\frac{|x-1|}{5}\le 1\right)$$

$$=P\left(-1\le \frac{x-1}{5}\le 1\right)$$

$$=\Phi(1)-\Phi(-1)$$

$$=2\Phi(1)-1=2\times 0.8413-1$$

$$=0.6826$$