



广东省 2014 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2+3x, & x > 0 \end{cases}$ 则下列结论正确的是

A. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在

2. 函数 $y = \frac{x}{x+2\sin x}$ 的图形的水平渐近线是

A. $y = 0$

B. $y = \frac{1}{3}$

C. $y = \frac{1}{2}$

D. $y = 1$

3. 曲线 $y = \ln x + \frac{1}{2}x^2 + 1$ 的凸区间是

A. $(-\infty, -1)$

B. $(-1, 0)$

C. $(0, 1)$

D. $(1, +\infty)$

4. 已知 $\arctan x^2$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则下列结论中，不正确的是

A. $f(x) = \frac{2x}{1+x^4}$

B. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $f(x)$ 和 x 是同阶无穷小量

C. $\int_0^{\infty} f(x)dx = \frac{\pi}{2}$

D. $\int f(2x)dx = \arctan 4x^2 + C$

5. 交换二次积分 $I = \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy$ 的积分次序，则 $I =$

A. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$

B. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x, y) dx$

C. $\int_0^1 dy \int_{y^2}^1 f(x, y) dx$

D. $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x, y) dx$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）



6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 3n + 1}}{n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. $f(x) = x^2 + 2x - 1$ 在区间 $[0, 2]$ 上应用拉格朗日 (Lagrange) 中值定理时, 满足定理要求的 $\xi = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 若由参数方程 $\begin{cases} x = \ln \cos t \\ y = a \sec t \end{cases}$ 所确定的函数 $y = y(x)$ 是微分方程 $\frac{dy}{dx} = y + e^{-x}$ 的解, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 设二元函数 $z = \ln(xy)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 微积分方程 $y'' + y' - 12y = 0$ 的通解是 $y = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{e^{-x} - 1} \right).$

12. 设 $y = x \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$, 求 $y'' \Big|_{x=0}.$

13. 求函数 $f(x) = \log_4(4^x + 1) - \frac{1}{2}x - \log_4 2$ 的单调区间和极值.

14. 计算不定积分 $\int \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} dx.$

15. 设函数 $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}.$

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 上相应于 $0 \leq x \leq 1$ 的弧段长度 s ;

(2) 求由曲线 $y = f(x)$ 和直线 $x=0, x=1$ 及 $y=0$ 围成的平面图绕 x 轴旋转而成的体积 $V_x.$

16. 已知三元函数 $f(u, v, w)$ 具有连续偏导数, 且 $f_u - f_w \neq 0$. 若二元函数 $z = z(x, y)$ 是由三元方程 $f(x-y, y-z, z-x) = 0$ 所确定的隐函数, 计算 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}.$

17. 计算二重积分 $\iint_D (x^2 + y^2) d\sigma$, 积分区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \geq 1, |x| \leq 2, |y| \leq 2\}.$

18. 求微分方程 $(1+x^2)dy - (x - x\sin^2 y)dx = 0$ 满足初始条件 $y \Big|_{x=0} = 0$ 的特解.

四、综合题 (本大题共 2 小题, 第 19 小题 10 分, 第 20 小题 12 分, 共 22 分)



19. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (1+3x^2)^{\frac{1}{x^2}} \sin 3x + 1, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

(1) 求常数 a 的值; (2) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, a)$ 处的切线方程.

20. 设函数 $f(x) = \int_{\ln x}^2 e^{t^2} dt$. (1) 求 $f'(e^2)$; (2) 计算定积分 $\int_1^{e^2} \frac{1}{x} f(x) dx$.