



2019 年北京建筑大学专升本高等数学考试真题

一、选择题: (共 40 分, 每题 4 分)

1. 设 $f(x) = -|x|$, 则 $f(x)$ 是 ().
A. 单调递减函数 B. 有界函数 C. 周期函数 D. 偶函数.
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n-1} = ()$.
A. e B. e^{-1} C. 1 D. -1.
3. $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) \sin \frac{1}{x-1} = ()$.
A. -1 B. 0 C. 1 D. 不存在.
4. 函数 $y = \frac{x}{x^2 - x - 2}$ 的间断点个数是 ().
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.
5. 设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 且 $f'(x_0) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0)}{h} = ()$.
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4.
6. 设 $f'(x) = g'(x)$, 则 ().
A. $f(x) = g(x) + C$ B. $f(x) = g(x)$ C. $f(x) < g(x)$ D. $f(x) > g(x)$.
7. 设 $\int_0^x f(x) dx = x \sin x$, 则 $f(x)$ 等于 ().
A. $\sin x - x \cos x$ B. $\sin x + x \cos x$ C. $x \cos x - \sin x$ D. $-(\sin x + x \cos x)$.
8. 函数 $z = f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 处连续是它在该点处偏导数存在的 () 条件.
A. 充分非必要 B. 必要非充分
C. 充分必要 D. 以上都不对.
9. 设 $y_1(x)$ 是齐次方程 $y' + p(x)y = 0$ 的解, $y_2(x)$ 是非齐次方程 $y' + p(x)y = f(x)$ 的解, 则非齐次方程 $y' + p(x)y = f(x)$ 的通解为 ().
A. $y = cy_1(x) + y_2(x)$ B. $y = y_1(x) + cy_2(x)$
C. $y = c[y_1(x) + y_2(x)]$ D. $y = cy_1(x) - y_2(x)$
10. 正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的充要条件是 ().
A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l < 1$.
C. 部分和数列 $\{S_n\}$ 有界 D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 且 $u_n \geq u_{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$).



二、计算题：(共 49 分，每题 7 分)

1. 求极限： $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$.

解：

2. 设参数方程 $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{1-t} \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

解：

3. 设 $y = \sqrt{\frac{x(x^2+1)}{x-1}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

解：

4. 求 $\int \frac{1}{3x+1} dx$.

解：

5. 计算 $\int_0^{\sqrt{3}} x \arctan x dx$.

解：

6. 求微分方程 $y'' + 3y' = 0$ 满足 $y(0) = y'(0) = 1$ 的特解.

解：

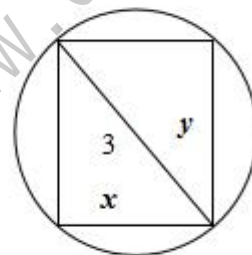
7. 设 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

解：

三、应用题 (11 分 = 6 分+5 分)

1. 横截面为矩形的梁，其抗弯强度 W 与矩形的宽 x ，高 y 之间的关系是 $W = kxy^2$ (k 为比例系数). 现用直径为 3 的圆木做横截面为矩形的梁，求截面的宽和高各为多少时，梁的抗弯强度最大?

解：



2. 设 D 是由圆周 $x^2 + y^2 = 2y$ 所围成的平面区域，其上物质的面密度为

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, 求其质量.

解：