2019年山东省专升本统一考试

高等数学试题

第 I 卷

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1．函数$f(x)=x\sin x$

A．当$x\to\infty$时为无穷大

B．在$(-\infty,+\infty)$内为周期函数

C．在$(-\infty,+\infty)$内无界

D．当$x\to\infty$时有有限极限

【分析】

2． 已知$\int f(x)dx=x\sin x^2+C$，则$\int xf(x^2)dx=($ $)$

A．$x\cos x^2+C$

B．$x\sin x^2+C$

C．$\frac{x^2}{2}\sin x^4+C$

D．$\frac{x^2}{2}\cos x^4+C$

【分析】

3． 下列各平面中，与平面$x+2y-3z=6$垂直的是( )

A．$2x+4y-6z=1$

B．$2x+4y-6z=12$

C．$\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$

D．$-x+2y+z=1$

【分析】

4. 有下列关于数项级数的命题(　　)

(1)若 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n \neq 0$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 必发散；

(2)若 $u_n \geqslant 0$，$u_n \geqslant u_{n+1}(n=1,2,3,\cdots)$，且 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 必收敛；

(3)若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 必收敛；

(4)若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛于 s，则任意改变该级数项的位置所得到的新的级数仍然收敛于 s；

其中正确的命题个数为

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【分析】

5. 已知 $F(x,y)=\ln(1+x^2+y^2)+\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，其中 D 为 xoy 坐标平面上的有界闭区域且 $f(x,y)$ 在 D 上连续，则 $F(x,y)$ 在点 $(1,2)$ 处的全微分为(　　)

A．$\frac{1}{3}dx+\frac{2}{3}dy$　　B．$\frac{1}{3}dx+\frac{2}{3}dy+f(1,2)$

C．$\frac{2}{3}dx+\frac{1}{3}dy$　　D．$\frac{2}{3}dx+\frac{1}{3}dy+f(1,2)$

【分析】

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 函数 $f(x)=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{\ln\cos x}$ 的定义域为______

【分析】

7. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_x^0\dfrac{\sin 2t}{t}dt, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$______

【分析】

8. 无穷限积分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{0}xe^{x}dx=$______

【分析】

9. 设函数 $f(x,y,z)=e^{x}yz^{2}$，其中 $z=z(x,y)$ 是由三元方程

$x+y+z+xyz=0$ 所确定的函数，则 $f_x'(0,1,-1)=$______

【分析】

10. 已知函数 $y=y(x)$ 在任意点处的增量 $\Delta y=\dfrac{y\Delta x}{1+x^2}+\alpha$，且当 $\Delta x\to 0$ 时，

α 是 Δx 的高阶无穷小，若 $y(0)=\pi$，则 $y(1)=$______

【分析】

三、解答题（本大题共 7 小题，每小题 6 分，共 42 分）

11．求极限 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln\sin x}{(\pi - 2x)^2}$

【分析】

12．求曲线 $\begin{cases} x = \dfrac{t^2}{2} \\ y = t^2(t-1) \end{cases}$ 在 $t=2$ 处的切线方程与法线方程.

【分析】

13．(1)验证直线 L_1: $\begin{cases} x+2y-2z=5 \\ 5x-2y-z=0 \end{cases}$ 与直线 L_2: $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-1}{4}$ 平行；

(2)求经过 L_1 和 L_2 的平面方程.

【分析】

14．设$z=f(2x-y)+g(x,xy)$，其中函数$f(w)$具有二阶可导，$g(u,v)$具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x}$与$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

【分析】

15．判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$的敛散性.

【分析】

16．已知$y=e^x\left(C_1\cos\sqrt{2}x+C_2\sin\sqrt{2}x\right)$（$C_1,C_2$为任意常数）是某二阶常系数线性微分方程的通解，求其对应的方程.

【分析】

17．计算二重积分$\iint\limits_D\frac{x}{y}d\sigma$，其中$D$由$x^2+y^2\leqslant a^2(a>0)$，$x=y$及$x$轴在第一象限所围成的区域.

【分析】

四、应用题（本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分）

18．计算由$y^2=9-x$，直线$x=2$及$y=-1$所围成的平面图形上面部分（面积大的那部分）的面积A.

【分析】

19．求二元函数$f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$的极值.

【分析】

五、证明题（本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分）

20．证明当$x>0$时，$\ln(1+x)>\dfrac{\arctan x}{1+x}$.

【分析】

21．设函数$f(x)$在$[0,1]$上可微，当$0\leqslant x\leqslant 1$时$0<f(x)<1$，且$f'(x)\neq 1$，证明有且仅有一点$x\in(0,1)$，使得$f(x)=x$.