



一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分）

1. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 3]$ ，则函数 $f(\ln x)$ 的定义域为 ()

- A. $[e, e^3]$ B. $[e, 3]$ C. $[1, 3]$ D. $[1, e^3]$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时，与 $\sin x^2$ 等价的无穷小量是

- A. $\ln(x+1)$ B. $2(1-\cos x)$ C. $\tan x$ D. $e^x - 1$

3. 下列关于极限的说法错误的是

- A. 收敛的收敛数列为有界数列
B. 单调有界数列必有极限
C. 0 时任何极限过程的无穷小量
D. $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处无意义，则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在

4. 若函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导，则它在点 x_0 处取到极值的必要条件为

- A. $f'(x_0) = 0$ B. $f'(x_0) \neq 0$
C. $f'(x_0) > 0$ D. $f'(x_0) < 0$

5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{e^{\frac{1}{x}}}{1-x}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内间断点的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

非 选 择 题



二、填空题(本大题共 10 小题, 每空 3 分, 共计 30 分. 请把答案填写在横线上)

5. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln^2 x$, 则 $\int f(x)dx =$ _____.

6. 曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围成的平面图形的面积 $S =$ _____.

7. 已知平面 $\pi_1: x + 4y - 5z + 2 = 0$ 与平面 $\pi_2: 2x - y + kz + 7 = 0$ 垂直, 则 $k =$ _____.

8. 五个身高不同的人随机地站成一排, 则恰好按身高顺序排列的概率为 _____.

9. 微分方程 $y' + (\cos x)y = 0$ 的通解 $y =$ _____.

10. 以 $A(2, -2, 0)$, $B(-1, 0, 1)$, $C(1, 1, 2)$ 为顶点的三角形 ABC 的面积 $S =$ _____.

三、解答题(本大题共 11 小题, 共计 105 分)

1. (10 分) 求通过点 $P_0(1, -1, 2)$ 且与直线 $\begin{cases} x - 2y + 4z - 7 = 0 \\ 3x + 5y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

2. (10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 求

$(A+B)C$ 及 AB^T



3. (10 分) 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$.

6. (10 分) 求微分方程 $y'' = 1 + (y')^2$ 的通解.

8. (5 分) 设 $u = e^{xy} \sin(x+z)$, 求 du .

10. (10 分) 解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_4 = -1 \end{cases}$$

11. (10 分) 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} cx^2 + x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求 (1) 常数 c ;

(2) $P\left\{X \leq \frac{1}{3}\right\}$