2018年浙江专升本高等数学考试真题

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

一、选择题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $f(x)=\begin{cases} x & x\le 0 \\ \dfrac{\sin x}{x} & x>0 \end{cases}$，则 $f(x)$ 在（-1，1）上（　　）

A. 可去间断点　　B. 每一个点连续　　C. 跳跃间断点　　D. 第二类间断

2. 当 $x\to 0$ 时，$\sin x - x\cos x$ 是 x^2 的______无穷小（　　）

A. 低阶无穷小　　B. 等价无穷小　　C. 同阶无穷小　　D. 高阶无穷小

3. $f(x)$ 二阶可导，$f''(x_0)<0$，$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{x\to x_0}=0$，则 $x=x_0$ 是（　　）

A. 极大值点　　B. 极小值点　　C. 不是极值点　　D. 拐点

4. 设 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则结论不正确的是（　　）

A. 若 $\int_a^b f^2(x)dx=0$ 则在 $[a,b]$ 上 $f(x)=0$　　B. $\dfrac{d}{dx}\int_x^{2x} f(x)dx=f(2x)-f(x)$，其中 $x,2x\in[a,b]$

C. 若 $f(a)f(b)<0$，则在 $[a,b]$ 内存在一点 ξ，使 $f(\xi)=0$

D. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 有最大值 M，最小值 m，则 $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le M(b-a)$

5. 下列级数绝对收敛的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+1}}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos n}{\sqrt{n^3+9}}$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$

非选择题部分

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

6. $\lim\limits_{x\to 0}(1+a\sin x)^{\frac{1}{x}}=$____________。

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(3)-f(3-2x)}{\sin x}=3$, 则 $f'(3)=\dfrac{3}{2}$____________.

8. 若常数 a,b 使得 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{e^{2x}-a}(\cos x-b)=5$，则 b=____________.

9. 设 $\begin{cases}x=\ln(1+t)\\ y=t+\arctan t\end{cases}$ 则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=1}$ ____________.

10. $y=f(x)$ 是 $x^2-y^2-1=0$ 所确定的隐函数，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{y^2-x^2}{y^3}$____________.

11. 函数 $y=\dfrac{x}{1+x^2}$，则其单调递增区间是____________.

12. 若 $\int f(x)dx=e^{x^2}+c$，则 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n-1}f(\dfrac{k}{n})=$____________.

13. 求 $\int_e^{+\infty}\dfrac{1}{x(\ln x)^2}dx=1$____________.

14. 求曲线 $y=x^2$，$y=1$，$x=2$ 所围成的面积是____________.

15. 求 $y''-2y'+y=0$ 的通解____________. $y=(c_1+c_2x)e^x$ (c_1+c_2 为任意常数) ____________.

四、计算题：本题共有 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分。计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分。

16. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+\sin x)}$.

17. 设 $y(x)=(1+\sin x)^x$，求函数 $y(x)$ 在 $x=\pi$ 处的微分.

18. 求 $\int_0^{5\pi}\sqrt{1-\cos^2 x}dx$.

19. 求$\int \arctan\sqrt{x}dx$.

20. 求$\int_{-1}^{1}(\frac{x}{\sqrt{5-4x}}+\frac{x\cos x}{1+x^4})dx$.

21. 设$f(x)=\begin{cases}2x+b, x\le 0\\ \ln(1+ax), x>0\end{cases}$，求常数$a,b$的值，使$f(x)$在$x=0$处可导.

22. 过A$(-1,2,1)$且平行于平面$2x-3y+z-7=0$且与直线$L:\begin{cases}x=t-1\\ y=t+3\\ z=2t\end{cases}$相交的直线方程.

23. $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

求：（1）$f(x)$的极值　　（2）$f(x)$的拐点

四．综合题：本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分。

24. （1）根据$\frac{1}{1+x}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n}x^{n}$，将$\ln(1+x)$展开成$x$的幂级数。并指出收敛域.

（2）将$\ln(3+x)$展开成$x-2$的幂级数，并指出收敛域.

25. 设函数$f(x)$在$[1,+\infty]$上导数连续，且$f(x)>0$，已知曲线$y=f(x)$与直线$x=1,x=t(t>1)$及x轴所围成的曲边梯形绕x轴旋转一周所成的旋转体积是该曲边梯形面积值的πt倍，求该曲线的$f(x)$的方程.

26. 设$f(x)$在$[a,b]$上连续，二阶可导，过$(a,(fa)),(b,(fb))$直线与曲线$y=f(x)$相交$(c,f(c)),(a<c<b)$，

证明：（1）在(a,b)内存在两点ξ_1,ξ_2，使$f'(\xi_1)=f'(\xi_2)$ （2）(a,b)内至少存在一点ξ，使$f''(\xi)=0$

2018 年浙江专升本高等数学考试真题答案

一、选择题(5×4)

1. C　解析：$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}x=0$，$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

因为 $\lim\limits_{x\to0}f(x)\neq\lim\limits_{x\to0}f(x)$，但是又存在，所以 $x=0$ 是跳跃间断点

2. D　解析：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x-x\cos x}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos x+x\sin x}{2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{2}=0$

3. A　解析：因为 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{x-x_0}=0$，所以 $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$，则其 $f'(x_0)=0, f(x_0)=0$，又因为

$f''(x_0)<0$，所以 $x=x_0$ 是极大值点。

4. B　解析：$\dfrac{d}{dx}\int_x^{2x}f(x)dx=2f(2x)-f(x)$

5. C　解析：$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\dfrac{\cos n}{\sqrt{n^3+9}}\right|$，因为 $\left|\dfrac{\cos n}{\sqrt{n^3+9}}\right|<\dfrac{1}{\sqrt{n^3+9}}<\dfrac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$，所以 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$ 是收敛的.所以根据比较审敛法：

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\dfrac{\cos n}{\sqrt{n^3+9}}\right|$，是收敛的，所以 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\dfrac{\cos n}{\sqrt{n^3+9}}\right|$，是绝对收敛。

6. e^a　解析：$\lim\limits_{x\to0}(1+a\sin x)^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to0}(1+a\sin x)^{\frac{1}{a\sin x}\cdot a\sin x\cdot\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{a\sin x}{x}}=e^a$

7. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(3)-f(3-2x)}{\sin x}=3$，则 $f'(3)=\dfrac{3}{2}$　解析：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(3)-f(3-2x)}{\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(3-2x)-f(3)}{-2x}2=2f'(3)=3$

8. -9　解析：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{e^{2x}-a}(\cos x-b)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x(\cos x-b)}{e^{2x}-a}$ =5，所以根据洛必达法则可知：

$1-a=0, a=1$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x(\cos x-b)}{2x}=\dfrac{\cos x-b}{2}=\dfrac{1-b}{2}$ =5　b=-9

9. 3　解析：$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1+\dfrac{1}{1+t^2}}{\dfrac{1}{1+t}}=\dfrac{(2+t^2)(1+t)}{1+t^2}$　$\dfrac{dy}{dx}\Big|_{t=1}=3$

10. $\dfrac{y^2-x^2}{y^3}$ 解析：方程两边同时求导：得:$2x-2y\cdot y'=0, y'=\dfrac{x}{y}$　$\dfrac{d^2y}{dx^2}=y''=\dfrac{1}{x}-\dfrac{x^2}{y^3}=\dfrac{y^2-x^2}{y^3}$

11. （-1，1）解析：$y'=\dfrac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^4}=\dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^4}$　令 $y'=0$，则 $x^2<1, -1<x<1$

12. $e-1$ 解析：$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n-1}f(\frac{k}{n})=\int_0^1 f(x)dx=(e^{x^2}+c)=e-1$

13. 解析：$\int_e^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^2}dx=\int_e^{+\infty}\frac{1}{(\ln x)^2}d\ln x=-\frac{1}{\ln x}\Big|_e^{+\infty}=1$

14. 解析：$A=\int_1^2(x^2-1)dx=(\frac{1}{3}x^3-x)\Big|_1^2=\frac{4}{3}$

15. 解析：特征方程:$r^2-2r+1=0$,特征根：$r_1=r_2=1$ 通解为:$y=(C_1+C_2x)e^x(C_1C_2$ 为任意常数）

二、计算题

16. 解析：$\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+\sin x)}=\lim\limits_{x\to0}e^{-1}\frac{e^{2x}-1}{\ln(1-\sin x)}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2x}{\sin x}=2$

17. 两边同时求导得 $\frac{1}{x}y=\ln(1+\sin x)=x\frac{1}{1+\sin x}\cos x$，所以 $dy=\left[\ln(1+\sin x)+x\frac{1}{1+\sin x}\cos x\right](1+\sin x)^x dx$ $x=\pi$ 代入得在此处的微分为 1

18. $\int_0^{5\pi}\sqrt{1-\cos^2 x}dx=\int_0^{5\pi}|\sin x|dx=\int_0^{\pi}\sin xdx-\int_{\pi}^{2\pi}\sin xdx+\int_{2\pi}^{3\pi}\sin xdx-\int_{3\pi}^{4\pi}\sin xdx+\int_{4\pi}^{5\pi}\sin xdx=10$ 19. 令 $t=\sqrt{x},x=t^2,dx=2tdt$

原式$=\int\arctan t2tdt=2\int t\arctan tdt=\int\arctan tdt^2=t^2\arctan t-\int t^2\frac{1}{1+t^2}dt$

$=t^2\arctan t-\int(1-\frac{1}{1+t^2})dt$

$=t^2\arctan t-\int 1dt-\int\frac{1}{1+t^2}dt$

$=t^2\arctan t-t+\arctan t+c$

$=x\arctan\sqrt{x}-\sqrt{x}+\arctan\sqrt{x}+c$

20.解析:令 $t=\sqrt{5-4x},x=\frac{5-t^2}{4},dx=-\frac{1}{2}t$

原式$=\int_3^1\frac{5-t^2}{4}\cdot\frac{1}{t}(-\frac{1}{2}t)dt=\frac{1}{8}\int_1^3(5-t^2)dt=\frac{1}{8}(5t-\frac{1}{3}t^3)\Big|_1^3=\frac{1}{6}$

21.解析：因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，所以在 $x=0$ 处连续 $\lim\limits_{x\to0}(2x+b)=\lim\limits_{x\to0}\ln(1+ax)$ 所以 $b=0$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+ax)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2x}{x}=2$，所以 $a=2$

22. 解析：直线过两点 $A(-1,2,1)$ 因为直线平行于平面，所以 $\vec{S}\perp\vec{n}$，$\vec{n}=(2,-3,1)$ 设两条直线的交点

$p(t-1,t+3,2t-1)$，所以 $\vec{S}=\vec{A}P=(t,t+1,2t-1)$ $2t-3t-3+2t-1=0,t=4$ 所以 $P(4,5,7)$，所以直线方程：

$$\frac{x+1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-1}{7}$$

23.（1）解析: $f'(x)=x^2-4x+3$

令 $f'(x)=0$，则 $x=1,x=3$

列表如下

x	$(-\infty,1)$	1	$(1,3)$	3	$(3,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	极大值	↓	极小值	↑

（2）$f''(x)=2x-4$ 令 $f''(x)=0$，则 $x=2$

列表如下：

x	$(-\infty,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	凸	拐点	凹