



2020 年江苏专转本高等数学真题及答案

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分. 在下列每小题中选出一个正确答案. 答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{2}{x} + 2 \frac{\sin x}{x})$ 的值为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - a & , x \neq 2 \\ b & , x = 2 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, a, b 为常数, 则 $a - b =$ ()
- A. -2 B. 0 C. 2 D. 4
3. 设函数 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 2$, 则 $f'(0) =$ ()
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 6
4. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln|3x - 1|$, 则 $\int f(3x) dx =$ ()
- A. $\frac{1}{3} \ln|9x - 1| + C$ B. $\frac{1}{3} \ln|3x - 1| + C$
- C. $\ln|9x - 1| + C$ D. $3 \ln|9x - 1| + C$
5. 下列反常积分中收敛的是 ()
- A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ B. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ C. $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{1+x^2} dx$ D. $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{x^3} dx$
6. 设 $f(x) = \int_0^{2x} \cos t^2 dt$, 则 $f'(x) =$ ()
- A. $\cos(4x^2)$ B. $\cos(4x^2) - 1$ C. $2 \cos(4x^2)$ D. $2[\cos(4x^2) - 1]$



7. 二次积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 (x^2 + y^2) dy$ 在极坐标系中可化为 ()

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} \rho^2 d\rho$ B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} \rho^3 d\rho$
 C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin\theta}} \rho^2 d\rho$ D. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin\theta}} \rho^3 d\rho$

8. 设函数 $f(x) = \frac{1}{x+5}$ 在区间 $(-5, 5)$ 内可展开成幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, 则系数 $a_{2020} =$ ()

- A. $\frac{1}{5^{2020}}$ B. $-\frac{1}{5^{2020}}$ C. $\frac{1}{5^{2021}}$ D. $-\frac{1}{5^{2021}}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+kx} - 1}{x}$, 则常数 $k =$ _____.

10. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$, 则 $f^{(n)}(0) =$ _____.

11. 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t \\ y = 3t^5 + 5t^3 \end{cases}$ 所确定的函数, 则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} =$ _____.

12. 设向量 $\vec{a} = (-2, 6, \lambda)$ 与 $\vec{b} = (1, \lambda, -4)$ 垂直, 则常数 $\lambda =$ _____.

13. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y}{1+x^3}$ 的通解为 _____.

14. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 8, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^n}{3^n}$ 的收敛半径为 _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{x - \ln(1+x)}$.

16. 求不定积分 $\int (x + \sin^2 x) \cos x dx$.



17. 计算定积分 $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} dx$.

18. 设 $z = f(2x+3y, y^2)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

19. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $yz + \ln z = x - y$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

20. 求通过点 $(-1, 0, 2)$ 且与直线 $\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ 2x-y+3z-6=0 \end{cases}$ 平行的直线方程.



21. 已知函数 $y = e^{2x}$ 是微分方程 $y'' - 2y' + y = f(x)$ 的一个特解, 求该微分方程满足初始条件 $y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 5$ 的特解.

22. 计算二重积分 $\iint_D (x+y) dx dy$, 其中 D 是由 $y = x, y = -x, y = 1$ 所围成的平面闭区域.

四、证明题 (本大题 10 分)

23. 证明: 当 $x \neq 0$ 时, $e^x + e^{-x} > x^2 + 2$.



五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

24. 设平面图形 D 由曲线 $y = e^x$ 与其在点 $(0, 1)$ 处的法线及直线 $x = 1$ 所围成.

试求：(1) 平面图形 D 的面积；(2) 平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

25. 设函数 $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + c$ ，已知曲线 $y = f(x)$ 具有水平渐近线 $y = 1$ ，且有拐点 $(-1, 0)$. 试

求：(1) 常数 a, b, c 的值；(2) 函数 $f(x)$ 的单调性和极值.



江苏省 2020 年普通高校“专转本”选拔考试

高等数学 参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. B 2. B 3. A 4. A 5. D 6. C 7. D 8. C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

9. $2e^{-1}$ 10. 2^n 11. 5 12. 1 13. $y = c\sqrt{1+x^3}$ 14. 24

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

15. 2

16. $x \sin x + \cos x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$

17. $1 - \frac{\pi}{4}$

18. $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2f_2'' + 9f_{11}'' + 12yf_{12}'' + 4y^2 f_{22}''$

19. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{yz+1}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{z+z^2}{yz+1}$

20. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-3}$

21. $y = (1+2x)e^x + e^{2x}$

22. $\frac{2}{3}$

四、证明题（本大题 10 分）

23. $f(x) = e^x + e^{-x} - x^2 - 2, f'(x) = e^x - e^{-x} - 2x, f''(x) = e^x + e^{-x} - 2$

五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

24. (1) $e - \frac{3}{2}$

(2) $V_x = \frac{1}{2}\pi e^2 - \frac{5}{6}\pi$

25. (1) $a = 3, b = 2, c = 1$;

(2) 单调增区间 $(-\frac{1}{3}, 1)$, 单调减区间为 $(-\infty, -\frac{1}{3}), (1, +\infty)$, 极小值为 $f(-\frac{1}{3}) = -\frac{1}{8}$;