



2019 年江苏专转本高等数学真题及答案

www.cixib.com



一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分.在下列每小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 设当 $x \rightarrow 0$ 时，函数 $f(x) = \ln(1+kx^2)$ 与 $g(x) = 1 - \cos x$ 是等价无穷小，则常数 k 的值为()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

2. $x=0$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ 的()

- A. 跳跃间断点 B. 可去间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

3. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin 2x} = 1$ ，则 $f'(0)$ 等于 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

4. 设 $f(x)$ 是函数 $\cos 2x$ 的一个原函数，且 $f(0)=0$ ，则 $\int f(x)dx$ ()

- A. $-\frac{1}{4}\cos 2x + C$ B. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$
C. $-\cos 2x + C$ D. $\cos 2x + C$

5. 设 $\int_a^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx = \frac{1}{2 \ln 2}$ ，则积分下限 a 的值为 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

6. 设 $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 的连续函数，则与 $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x}\right)dx$ 的值相等的定积分为()

- A. $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2} dx$ B. $\int_2^1 \frac{f(x)}{x^2} dx$
C. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(x)}{x^2} dx$ D. $\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{f(x)}{x^2} dx$



7. 二次积分 $\int_{-1}^0 dx \int_{-x}^1 f(x,y) dy$ 交换积分次序后得 ()

- A. $\int_{-1}^0 dy \int_{-y}^1 f(x,y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^{-y} f(x,y) dx$
 C. $\int_0^1 dy \int_{-y}^1 f(x,y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_{-y}^0 f(x,y) dx$

8. 设 $u_n = (-1)^n \ln(1 + \frac{1}{\sqrt{n}})$, $v_n = \ln(1 + \frac{1}{n})$, 则 ()

- A. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收敛 B. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都发散
 C. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散 D. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (2-x)^{\frac{1}{x-1}}, & x < 1 \\ a, & x \geq 1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续, 则常数 $a =$ _____.

10. 曲线 $\begin{cases} x = te^t \\ y = 1 - e^t \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 处的切线方程为 _____.

11. 设 $y = \ln(x+1)$, 若 $y^{(n)}|_{x=0} = 2018!$, 则 $n =$ _____.

12. 定积分 $\int_{-1}^1 (x \cos^4 x + |x|) dx$ 的值为 _____.

13. 设 $\vec{a} \times \vec{b} = (2, 1, -2)$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$, 则向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 的夹角为 _____.

14. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{3+n^2} x^n$ 的收敛半径为 _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x [\ln(1+t) - t] dt}{e^{x^3} - 1}$.



16. 求不定积分 $\int (x^2 + x)e^x dx$.

17. 计算定积分 $\int_0^7 \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx$.

18. 设 $z = f(x^2y, x - y)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

19. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\sin(y + z) + xy + z^2 = 1$ 确定的函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.



20. 求通过点 $M(1,0,1)$, 且与直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ 和直线 $L_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \\ z=3+2t \end{cases}$ 都平行的平面方程.

21. 求微分方程 $y'' - y' = e^x$ 的通解.

22. 计算二重积分 $\iint_D y dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 与直线 $y=1$ 及 $x=0$ 所围成的平面区域.

四、证明题 (本大题 10 分)

23. 证明: 当 $0 < x < 2$ 时, $e^x < \frac{2+x}{2-x}$.



五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

24. 已知函数 $f(x) = ax^4 + bx^3$ 在点 $x = 3$ 处取得极值 -27 ，试求：

(1) 常数 a, b 的值；

(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点；

(3) 曲线 $y = \frac{1}{f(x)}$ 的渐近线.

25. 设 $f(x)$ 为定义在 $[0, +\infty)$ 上的单调连续函数，曲线 $C: y = f(x)$ 通过点 $(0, 0)$ 及 $(1, 1)$ ，过曲线 C 上

任一点 $M(x, y)$ 分别作垂直于 x 轴的直线 l_x 和垂直于 y 轴的直线 l_y ，曲线 C 与直线 l_x 及 x 轴围成的平面

图形的面积记为 S_1 ；曲线 C 与直线 l_y 及 y 轴围成的平面图形的面积记为 S_2 ，已知 $S_1 = 2S_2$ ，试求：

(1) 曲线 C 的方程；

(2) 曲线 C 与直线 $y = x$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.



高等数学 参考答案

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. B 2. A 3. D 4. A 5. B 6. C 7. D 8. C

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. e^{-1} 10. $y = -x$ 11. 2019 12. 1 13. $\frac{\pi}{4}$ 14. $\frac{1}{3}$

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. $-\frac{1}{6}$

16. $(x^2 - x + 1)e^x + C$

17. $\frac{3}{2} + 3\ln \frac{3}{2}$

18. $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xyf'_1 + f'_2, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2yf'_1 + 4x^2y^2f''_{11} + 4xyf''_{12} + f''_{22}$

19. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y}{\cos(y+z)+2z}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-(\cos(y+z)+x)}{\cos(y+z)+2z}$

20. $5x - y - z - 4 = 0$

21. $y = c_1 + c_2 e^x + x e^x$

22. $\frac{1}{6}$

四、证明题 (本大题 10 分)

23. $f(x) = 2 + x - (2 - x)e^x, f'(x) = 1 - e^x + x e^x, f''(x) = x e^x$

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. (1) $a = 1, b = -4$; (2) 拐点坐标为 $(0, 0), (2, -16)$, 凹区间: $(-\infty, 0), (2, +\infty)$, 凸区间: $(0, 2)$;

(3) $x = 0, x = 4$ 为垂直渐近线, $y = 0$ 为水平渐近线.

25. (1) 根据 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的单调连续函数, 过点 $(0, 0)$ 及 $(1, 1)$, 判定 $f(x) \geq 0$, 由 $S_1 = 2S_2$, 得

知 $\int_0^x f(t) dt = \frac{2}{3} xy$, 得 $f(x) = \sqrt{x}$

(2) $V_x = \pi \int_0^1 [(\sqrt{x})^2 - x^2] dx = \frac{1}{6} \pi$