



2018 年江苏专转本高等数学真题及答案



一、单项选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分. 在下列每小题中选出一个正确答案, 请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑)

1. 设函数 $f(x) = x \sin^2 x$, 则在 $x \rightarrow 0$ 时与下列同阶的是()

- A. $\cos x^2 - 1$ B. $\sqrt{1-x^3} - 1$ C. $3^x - 1$ D. $(1+x^2)^3 - 1$

2. 设 $f(x) = \frac{x-a}{x^2+x+b}$, $x=1$ 为可去型间断点, 则 a, b 的值()

- A. 1, -2 B. -1, 2 C. -1, -2 D. 1, 2

3. 函数 $f(x) = \varphi\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, $\varphi(x)$ 为可导函数, $\varphi'(1) = 3$, 则 $f'(0) = ()$

- A. -6 B. 6 C. -3 D. 3

4. 设 $F(x) = e^{2x}$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f'(x) dx = ()$

- A. $e^{2x} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) + C$ B. $e^{2x} (2x - 1) + C$

- C. $e^{2x} \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) + C$ D. $e^{2x} (2x + 1) + C$

5. 下列反常积分发散的 ()

- A. $\int_{-\infty}^0 e^x dx$ B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ C. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ D. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x} dx$

6. 下列级数为绝对收敛的是()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{n}$

- C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n^3}$



二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

7. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}$, 则常数 $a =$ _____.

8. 设 $y = x^{\sqrt{x}} (x > 0)$, 则 $y' =$ _____.

9. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $z^2 + xyz = 1$ 所确定的函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

10. 设 $y = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x$, 则凸区间为 _____.

11. 设三点 $M(1, 1, 1)$ 、 $A(1, 1, 0)$ 、 $B(2, 1, 2)$, 则 $\angle AMB =$ _____.

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n5^n}$ 的收敛域为 _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\ln(1+x^2)} \right]$.

14. 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x^3 - xt^2 + t - 1 = 0 \\ y = t^3 + t + 1 \end{cases}$ 所确定分函数, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$.



15. 求不定积分 $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$.

16. 计算定积分 $\int_1^2 (2x+1) \ln x dx$.

17. 求通过点 $N(1,2,3)$ 及直线 $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1+5t \end{cases}$ 的平面方程.

18. 求微分方程 $(y^3 - 2x^2y)dx + 2x^3dy = 0$ 的通解.



19. $z = xf(y, \frac{x}{y})$ 求 dz , 其中函数 f 具有一阶连续偏数, 求全微分 dz .

20. 计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$.

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 证明: 当 $x > 0$ 时, $\ln x \leq \frac{2}{e} \sqrt{x}$.

22. 设函数 $F(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 其中 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$

证明: $F'(x)$ 在点 $x=0$ 处连续.



五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

23. 设平面区域 D 由曲线 $y = \cos x \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 与 $y = \sin x \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \pi \right)$ 及 x 轴转成的平面图形，试求：

(1) 求平面区域 D 的面积；

(2) 求平面区域 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

24. 设函数 $f(x)$ 满足 $f''(x) - 3f'(x) + 2f(x) = 0$, 且有 $x = 0$ 处取得极值 1. 试求：

(1) 函数 $f(x)$ 的表达式；

(2) 曲线 $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$ 的渐近线.



江苏省 2018 年普通高校“专转本”选拔考试

高等数学 参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. B 2. A 3. A 4. B 5. D 6. C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

7. $\ln 2$ 8. $x^{\sqrt{e}-\frac{1}{2}}\left(1+\frac{1}{2}\ln x\right)$ 9. $-\frac{yz}{2z+xy}$ 10. $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ 11. $\frac{3}{4}\pi$ 12. $[-9, 1)$

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

13. $-\frac{1}{2}$

14. -3

15. $\ln\left|\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}\right|+C$

16. $6\ln 2 - \frac{5}{2}$

17. $x-2y+z=0$

18. $y^2 = \frac{x^2}{\ln|x|+C}$

19. $dz = \left(f + \frac{x}{y}f'_2\right)dx + \left(xf'_1 - \frac{x^2}{y^2}f'_2\right)dy$

20. $\frac{7}{12}$

四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21. 略

22. 略

五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

23. (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$

24. (1) $f(x) = 2e^x - e^{2x}$ (2) $y=1, y=2$ 为水平渐近线, $x=\ln 2$ 为垂直渐近线.