



2017 年江苏专转本高等数学真题及答案

二、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分。在下列每小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 设函数 $f(x)$ 为连续函数，则 $f'(x_0) = 0$ 是 $f(x)$ 在 x_0 处取得极值的 ()

A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充分必要条件 D. 非充分非必要条件

2. 设 $x \rightarrow 0$ 时，下列无穷小中与 x 等价的是 ()

A. $\tan x - \sin x$ B. $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ C. $\sqrt{1+x} - 1$ D. $1 - \cos x$

3. $x=0$ 为函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 的 ()

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 连续点

4. 曲线 $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 4x}$ 的渐进线共有 ()

A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

5. 设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导，则有 ()

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x} = f'(0)$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(3x)}{x} = f'(0)$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x} = f'(0)$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = f'(0)$

6. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ 条件收敛，则常数 p 的取值范围为 ()

A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, 1]$ D. $(0, 1)$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）



7. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^x = \int_{-\infty}^a e^x dx$, 则常数 $a =$ _____.

8. 设函数 $y = f(x)$ 的微分为 $dy = e^{2x} dx$, 则 $f''(x) =$ _____.

9. 设 $y = f(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ 确定的函数, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(1,1)} =$ _____.

10. 函数 $F(x) = \cos x$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f(x) dx =$ _____.

11. 设 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 均为单位向量, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____.

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n} x^n$ 的收敛半径为 _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1) dt}{\tan x - x}$.

14. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $z + \ln z - xy = 0$ 确定的二元函数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.



15. 求不定积分 $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+3}} dx$.

16. 计算定积分 $\int_0^{\frac{1}{2}} x \arcsin x dx$.

17. 设 $z = yf(y^2, xy)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

18. 求通过点 $(1, 1, 1)$ 且与直线 $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ 及直线 $\begin{cases} 4x+3y+2z+1=0 \\ x-y+z-5=0 \end{cases}$ 都垂直的直线方程.



19. 求微分方程 $y'' - 2y' + 3y = 3x$ 的通解.

20. 计算二重积分 $\iint_D \frac{2x}{y} dx dy$, 其中 D 是曲线 $x = \sqrt{y-1}$ 与两直线 $x+y=3$, $y=1$ 围成的平面闭区域.

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 证明: 当 $0 < x \leq \pi$ 时, $x \sin x + 2 \cos x < 2$.

22. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[-a, a]$ 上连续, 且 $f(x)$ 为奇函数, 证明:

(1) $\int_{-a}^0 f(x) dx = -\int_0^a f(x) dx$;

(2) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.



五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

23. 设平面区域 D 由曲线 $y = e^x$ 与其过原点的切线及 y 轴所围成，试求：

- (1) 求平面区域 D 的面积；
- (2) 求平面区域 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

24. 已知曲线 $y = f(x)$ 通过点 $(-1, 5)$ ，且函数 $f(x)$ 满足方程 $3xf'(x) - 8f(x) = 12x^{\frac{5}{3}}$. 试求：

- (1) 函数 $f(x)$ 的表达式；
- (2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点.



江苏省 2017 年普通高校“专转本”选拔考试

高等数学 参考答案

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. D 2. B 3. A 4. C 5. D 6. C

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

7. -1 8. $2e^{2x}$ 9. $-\frac{1}{3}$ 10. $x\cos x - \sin x + C$ 11. $\sqrt{3}$ 12. 4

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. 原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sec^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\tan^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2} = 1$

14. $\frac{zy^2}{(1+z)^3}$ 15. $\frac{2}{5}(\sqrt{x+3})^5 - 4(\sqrt{x+3})^3 + 18\sqrt{x+3} + C$

16. $\frac{3\sqrt{3} - \pi}{48}$

17. $2yf'_2 + 2y^3f''_{12} + xy^2f''_{22}$

18. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$

19. $y = e^x(c_1 \cos \sqrt{2}x + c_2 \sin \sqrt{2}x) + x + \frac{2}{3}$

20. $10\ln 2 - \frac{11}{2}$

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 略

22. 略

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

23. (1) $\frac{e}{2} - 1$ (2) $\frac{1}{6}e^2\pi - \frac{\pi}{2}$

24. (1) $f(x) = x^{\frac{8}{3}} - 4x^{\frac{5}{3}}$ (2) 拐点 $(0, 0), (1, -3)$; 凹 $(-\infty, 0), (1, +\infty)$, 凸 $(0, 1)$