



2016 年江苏专转本高等数学真题及答案

三、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分. 在下列每小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有定义是极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的 ()
A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充分必要条件 D. 无关条件
2. 设 $f(x) = \sin x$ ，当 $x \rightarrow 0^+$ 时，下列函数中是 $f(x)$ 的高阶无穷小的是 ()
A. $\tan x$ B. $\sqrt{1-x} - 1$ C. $x^2 \sin \frac{1}{x}$ D. $e^{\sqrt{x}} - 1$
3. 设函数 $f(x)$ 的导函数为 $\sin x$ ，则 $f(x)$ 的一个原函数是 ()
A. $\sin x$ B. $-\sin x$ C. $\cos x$ D. $-\cos x$
4. 二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' - y' - 2y = 2xe^{-x}$ 的特解 y^* 的正确假设形式 ()
A. Axe^{-x} B. Ax^2e^{-x} C. $(Ax+B)e^{-x}$ D. $x(Ax+B)e^{-x}$
5. 函数 $z = (x-y)^2$ ，则 $dz|_{x=1, y=0} =$ ()
A. $2dx + 2dy$ B. $2dx - 2dy$ C. $-2dx + 2dy$ D. $-2dx - 2dy$
6. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} x^n$ 的收敛域为 ()
A. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ B. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.
8. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0, 2)$ ， $\vec{b} = (4, -3, -2)$ ，则 $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) =$ _____.
9. 函数 $f(x) = xe^x$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x) =$ _____.



10. 函数 $f(x) = \frac{x^2+1}{2x} \sin \frac{1}{x}$, 则 $f(x)$ 的图像的水平渐进线方程为_____.

11. 函数 $F(x) = \int_x^{2x} \ln t dt$, 则 $F'(x) =$ _____.

12. 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{2n}$ _____. (请填写收敛或发散)

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{\cos x}{x^2} \right)$.

14. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{xy} = x + y$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$.

15. 计算定积分 $\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{x-1}} dx$.



16. 求不定积分 $\int \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx$.

17. 求微分方程 $x^2 y' + 2xy = \sin x$ 满足条件 $y(\pi) = 0$ 的解.

18. 求由直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ 和直线 $L_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=1+3t \end{cases}$ 所确定的平面方程.

19. 设 $z = f(x^2 - y, y^2 - x)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.



20. 计算二重积分 $\iint_D x dx dy$, 其中 D 是曲线 $y = x + 2$, x 轴及曲线 $y = \sqrt{4 - x^2}$ 所围成的平面区域.

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 证明: 函数 $f(x) = |x|$ 在 $x = 0$ 处连续但不可导.

22. 证明: 当 $x \geq -\frac{1}{2}$ 时, 不等式 $2x^3 + 1 \geq 3x^2$ 成立.



五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

23. 平面区域 D 由曲线 $x^2 + y^2 = 2y$, $y = \sqrt{x}$ 及 y 轴所围成.

- (1) 求平面区域 D 的面积;
- (2) 求平面区域 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积.

24. 设函数 $f(x)$ 满足等式 $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2 \int_1^2 f(x) dx$.

- (1) 求 $f(x)$ 的表达式;
- (2) 确定反常积分 $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ 的敛散性.



江苏省 2016 年普通高校“专转本”选拔考试

高等数学 参考答案

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. D 2. C 3. B 4. D 5. B 6. A

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

7. e^{-2} 8. -48 9. $(n+x)e^x$ 10. $y = \frac{1}{2}$ 11. $\ln 4x$ 12. 发散

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. $\frac{2}{3}$

14. $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - ye^{-y}}{xe^{-y} - 1}$

15. $2(2 - \ln 3)$

16. $\frac{-\ln x}{1+x} + \ln \frac{x}{1+x} + C$

17. $y = -\frac{1}{x^2}(\cos x + 1)$

18. $7x - 2y - z - 4 = 0$

19. $-2xf''_{11} + (4xy + 1)f''_{12} - 2yf''_{22}$

20. $\frac{4}{3}$

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 略

22. 略

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

23. (1) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$; (2) $\pi(\frac{7}{6} + \frac{\pi}{2})$

24. (1) $f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$; (2) 发散