



2015 年江苏专转本高等数学真题及答案

四、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分. 在下列每小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时，函数 $f(x) = 1 - e^{\sin x}$ 是函数 $g(x) = x$ 的 ()

- A. 高阶无穷小 B. 低阶无穷小 C. 同阶无穷小 D. 等价无穷小

2. 函数 $y = (1-x)^x (x < 1)$ 的微分 dy 为 ()

- A. $(1-x)^x [\ln(1-x) + \frac{x}{1-x}] dx$ B. $(1-x)^x [\ln(1-x) - \frac{x}{1-x}] dx$
C. $x(1-x)^{x-1} dx$ D. $-x(1-x)^{x-1} dx$

3. $x=0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ 的 ()

- A. 无穷间断点 B. 跳跃间断点 C. 可去间断点 D. 连续点

4. 设 $F(x)$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int f(3-2x) dx = ()$

- A. $-\frac{1}{2} F(3-2x) + C$ B. $\frac{1}{2} F(3-2x) + C$
C. $-2F(3-2x) + C$ D. $2F(3-2x) + C$

5. 下列级数条件收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - n}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n-1}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}$

6. 二次积分 $\int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx = ()$

- A. $\int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f(x, y) dy$ B. $\int_0^1 dx \int_{e^x}^1 f(x, y) dy$



C. $\int_0^1 dx \int_0^{e^x} f(x, y) dy$

D. $\int_0^1 dx \int_1^{e^x} f(x, y) dy$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

7. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{x}{n})^n$, 则 $f(\ln 2) =$ _____.

8. 曲线 $\begin{cases} x = t^3 - 2t + 1 \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$ 在 $(0, 2)$ 处的切线方程为 _____.

9. 设向量 $\vec{b}$ 与向量 $\vec{a} = (1, -2, -1)$ 平行, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$, 则 $\vec{b} =$ _____.

10. 设 $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, 则 $f^{(n)}(x) =$ _____.

11. 微分方程 $xy' - y = x^2$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 2$ 的特解为 _____.

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} (x-1)^n$ 的收敛域为 _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \arcsin t dt}{2e^x - x^2 - 2x - 2}$.

14. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sin x}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$.



15. 求通过直线 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{5}$ 与 $3x+2y+z-10=0$ 的交点, 且与直线 $\begin{cases} x-y+2z+3=0 \\ 2x+y-z-4=0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

16. 求不定积分 $\int \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} dx$.

17. 计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2+x)\sin x dx$.

18. 设函数 $z = f\left(\frac{x}{y}, \varphi(x)\right)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 函数 φ 具有连续导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.



19. 计算二重积分 $\iint_D (x+y)dxdy$, 其中 D 是曲线 $y=\sqrt{4-x^2}$ 与直线 $y=x$ 及直线 $y=2$ 所围成的平面区域.

20. 已知 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}+xe^{3x}$ 是二阶常系数非齐次微分方程 $y''+py'+qy=f(x)$ 的通解, 试求该微分方程.

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

21. 设 D 由曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=ax(a>0)$ 所围成的平面图形, 已知 D 分别绕两坐标轴旋转一周所形成的旋转体的体积相等, 试求:

- (1) 常数 a 的值;
- (2) 平面图形 D 的面积.



22. 设函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+1)^2}$ 在点 $x=1$ 处取得极值 $-\frac{1}{4}$, 试求

- (1) 常数 a, b 的值;
- (2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点;
- (3) 曲线 $y = f(x)$ 的渐近线.

五、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

23. 证明: 当 $0 < x < 1$ 时, $(x-2)\ln(1-x) > 2x$.

24. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $y + z = xf(y^2 - z^2)$ 所确定的函数. 其中 f 为可导函数, 证明: $x \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial z}{\partial y} = y$.



江苏省 2015 年普通高校“专转本”选拔考试

高等数学 参考答案

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. C 2. B 3. B 4. A 5. D 6. D

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

7. $\frac{1}{2}$ 8. $3x - y + 2 = 0$ 9. $(2, -4, -2)$ 10. $(-1)^n \frac{2^n \cdot n!}{(2x+1)^{n+1}}$ 11. $y = x^2 + x$ 12. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

13. 1

$$14. f'(x) = \begin{cases} \frac{x(1-\cos x) - 2(x-\sin x)}{x^3} & x \neq 0 \\ \frac{1}{6} & x = 0 \end{cases}$$

$$15. \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{3}$$

$$16. \frac{(\sqrt{9-x^2})^3}{3} - 9\sqrt{9-x^2} + C$$

17. 2

$$18. -\frac{1}{y^2} f'_1 - \frac{x}{y^3} f''_{11} - \frac{x}{y^2} \varphi'(x) f''_{12}$$

$$19. \frac{4}{3}$$

$$20. y'' - 3y' + 2y = (2x+3)e^{3x}$$

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

$$21. (1) a = \frac{5}{4} \quad (2) \frac{125}{384}$$

22. (1) $a = -1, b = 0$; (2) $(-\infty, -1), (-1, 2)$ 是凹的, 在 $(2, +\infty)$ 是凸的, 拐点 $(2, -\frac{2}{9})$;

(3) $y = 0$ 是水平渐进线, $x = -1$ 是垂直渐进线.

五、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

23. 略

24. 略