

形的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 5 = \frac{5}{2}$.

15. 【考点点拨】本题主要考查的知识点为随机事件.

【应试指导】3个球中有黑球的取法有 $C_1^1 \cdot C_3^2 = 3$ 种.

16. 【考点点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】B项中,函数的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

17. 【考点点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】A. C. D项为非奇非偶函数, B项为偶函数.

二、填空题

18. 【答案】-4

【考点点拨】本题主要考查的知识点为一元二次函数的性质.

【应试指导】由于函数开口向上,故其在对称轴处取得最小值,又函数过点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$,故其对称轴为 $x = \frac{-1+3}{2} = 1$, $f_{min}(1) = 1 + b + c$, 而 $f(-1) = 1 - b + c = 0$, $f(3) = 9 + 3b + c = 0$, 得 $b = -2$, $c = -3$. 故 $f_{min}(1) = 1 - 2 - 3 = -4$.

19. 【答案】0.432

【考点点拨】本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】投篮3次恰有2次投中的概率为 $C_3^2 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4 = 0.432$.

20. 【答案】9

【考点点拨】本题主要考查的知识点为数列的性质.

【应试指导】由题知 $S_n = \frac{3^n}{2}$, 故有 $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_2 = S_2 - a_1 = \frac{3^2}{2} - \frac{3}{2} = 3$, $a_3 = S_3 - a_2 - a_1 = \frac{3^3}{2} - 3 - \frac{3}{2} =$

9.

21. 【答案】-2

【考点点拨】本题主要考查的知识点为曲线的切线.

【应试指导】 $y' = \frac{1}{x}$, 故曲线在点 $(1, a)$ 处的切线的斜率为 $y'|_{x=1} = \frac{1}{x}|_{x=1} = 1$, 因此切线方程为 $y - a = x - 1$, 即 $y = x - 1 + a$. 又切线过点 $(2, -1)$, 因此有 $-1 = 2 - 1 + a$, 故 $a = -2$.

三、解答题

22. (I) 由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$,

即 $\frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}$, 解得 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$

故 $C = 60^\circ$ 或 120° .

(II) 由余弦定理得 $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{3 + AC^2 - 1}{2\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

解得 $AC = 1$ 或 $AC = 2$.

当 $AC = 1$ 时, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}$$

当 $AC = 2$ 时, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

23. (I) $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$,

故函数在 \mathbb{R} 上单调递增, 故其单调区间为 \mathbb{R} .

(II) 令 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{4}$, 则有 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 < 0$, $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 > 0$

又由于函数在 \mathbb{R} 上单调递增, 故其在 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 内存在零点, 且 $b - a = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < 0.5$ (答案不唯一)

24. (I) 由题可知

$$a_4 = a_2 + 2d = -2 + 2d = -1,$$

$$\text{可得 } d = \frac{1}{2}$$

$$\text{故 } a_n = a_2 + (n-2)d$$

$$= -2 + (n-2) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{n}{2} - 3$$

(II) 由 (I) 可知 $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$

$$\text{故 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

$$= \frac{n\left(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3\right)}{2}$$

$$= \frac{1}{4}n(n-11).$$

25. (I) 由题知 $2a = 8$, $2c = 2\sqrt{7}$,

$$\text{故 } a = 4, c = \sqrt{7}, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 7} = 3$$

$$\text{因此椭圆方程为 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

(II) 设圆的方程为 $x^2 + y^2 = R^2$,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点, 设其在第一象限的交点为 A,

则有 $OA = R$, A 点到 x 轴与 y 轴的距离相等,

$$\text{可求得 A 点的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$$

$$\text{而 A 点也在椭圆上, 故有 } \frac{R^2}{16} + \frac{R^2}{9} = 1$$

$$\text{解得 } R = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

