2021 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学(文史财经类)

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<5\}$,$B=\{x\mid -2<x<2\}$,则 $A\cap B=$ 【　】

A. $\{x\mid -1\leqslant x<2\}$　　B. $\{x\mid -2<x<2\}$

C. $\{x\mid -2<x<5\}$　　D. $\{x\mid -1\leqslant x<5\}$

2. 已知 $\sin\alpha<0$ 且 $\tan\alpha<0$,则 α 是 【　】

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

3. 下列函数中,既是偶函数又是周期函数的为 【　】

A. $y=\sin 2x$　　B. $y=x^2$

C. $y=\tan x$　　D. $y=\cos 3x$

4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\log_2\frac{1}{8}+\left(\frac{3}{4}\right)^0=$ 【　】

A. 31　　B. 25

C. 24　　D. 13

5. 函数 $y=5\cos^2x-3\sin^2x$ 的最小正周期为 【　】

A. 4π　　B. 2π

C. π　　D. $\frac{\pi}{2}$

6. 设甲:函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(1,3)$;

乙:$k=3$,

则 【　】

A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件　　B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. 下列函数中，在$(0,+\infty)$为增函数的是 【　】

A. $y=x^2+x$　　B. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$

C. $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$　　D. $y=\cos x$

8. 不等式$|x-1|>1$的解集为 【　】

A. $\{x\mid x>2\}$　　B. $\{x\mid x<0\}$

C. $\{x\mid 0<x<2\}$　　D. $\{x\mid x<0$ 或 $x>2\}$

9. 从5位工人中选2人，分别担任保管员和质量监督员，则不同的选法共有 【　】

A. 10种　　B. 20种

C. 60种　　D. 120种

10. 若$a>0,b>0$，则$\log_2\sqrt{\frac{a}{b}}=$ 【　】

A. $\frac{1}{2}\log_2 a-\frac{1}{2}\log_2 b$　　B. $\frac{1}{2}\log_2 a+\frac{1}{2}\log_2 b$

C. $\log_2 a-\frac{1}{2}\log_2 b$　　D. $\frac{1}{2}\log_2 a-\log_2 b$

11. 直线$y=x-2$与两坐标轴分别交于A,B两点，O为坐标原点，则$\triangle AOB$的面积为 【　】

A. 1　　B. 2

C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

12. 甲、乙各进行一次射击，若甲击中目标的概率是0.4，乙击中目标的概率是0.5，且甲、乙是否击中目标相互独立，则甲、乙都击中目标的概率是 【　】

A. 0.9　　B. 0.5

C. 0.4　　D. 0.2

13. 双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$的渐近线方程为 【　】

A. $\frac{x}{4}\pm\frac{y}{9}=0$　　B. $\frac{x}{9}\pm\frac{y}{4}=0$

C. $\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0$　　D. $\frac{x}{3}\pm\frac{y}{2}=0$

14. 已知函数$f(x)=\frac{1}{x-1}$，则$f(2)$与$f(-2)$的等差中项等于 【　】

A. $\frac{1}{7}$　　B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

15. 过抛物线$C:y^2=4x$的焦点作x轴的垂线，交C于A,B两点，则$|AB|=$ 【　】

A. 2　　B. 4

C. $4\sqrt{2}$　　D. 8

16. 若向量$\boldsymbol{a}=(3,4)$，则与$\boldsymbol{a}$方向相同的单位向量为 【　】

A. $(0,1)$　　B. $(1,0)$

C. $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$　　D. $\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

17. 已知函数 $f(x)=ax^3$. 若 $f'(3)=9$，则 $a=$　　　　【　　】

A. $\frac{1}{9}$　　　　B. $\frac{1}{3}$

C. 1　　　　D. 3

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 函数 $y=\frac{\sqrt{1+x}}{x}$ 的定义域为________.

19. 已知函数 $f(x)=2x+1$，则 $f(2x)=$ ________.

20. 圆 $x^2+y^2=5$ 在点 $(1,2)$ 处切线的方程为________.

21. 若 28，37，x，30 四个数的平均数为 35，则 $x=$ ________.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

已知 A，B 为 $\odot O$ 上的两点，且 $AB=3\sqrt{3}$，$\angle ABO=30^\circ$. 求 $\odot O$ 的半径.

23.（本小题满分 12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列，且 a_2，a_6，a_{12} 成等比数列，$a_2+a_6+a_{12}=76$. 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

24.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2x^3-3x^2+2$.

（Ⅰ）求 $f'(x)$；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 的最大值与最小值.

25.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$M(0,-1)$ 和 $N\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$ 为 C 上两点.

（Ⅰ）求 C 的标准方程；

（Ⅱ）求 C 的左焦点到直线 MN 的距离.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{x \mid -1 \leqslant x < 2\}$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 正弦函数值在第三、四象限小于 0，正切函数值在第二、四象限小于 0，故题中所求角在第四象限.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的周期性和奇偶性.

【应试指导】 选项 A、C 是奇函数，选项 B 是偶函数，但不是周期函数，只有选项 D 既是偶函数又是周期函数.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数和指数函数的计算.

【应试指导】 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 27 - 3 + 1 = 25$.

5.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的最小正周期.

【应试指导】 整理得 $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 2\cos^2 x = 3\cos 2x + \cos 2x + 1 = 4\cos 2x + 1$，故函数的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

6.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 由题可知甲 $\Rightarrow$ 乙，并且乙 $\Rightarrow$ 甲，故甲是乙的充要条件.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】A项中，$y=x^2+x=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$，此函数在$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$上是增函数，故函数在$(0,+\infty)$上也是增函数.

8.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】$|x-1|>1\Rightarrow x-1>1$或$x-1<-1$，即$x>2$或$x<0$，故不等式的解集为$\{x|x<0$或$x>2\}$.

9.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】从5位工人中选出2人分别担任保管员和质量监督员的选法共有$A_5^2=5\times4=20$种.

10.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】$\log_2\sqrt{\frac{a}{b}}=\log_2(a\cdot b^{-1})^{\frac{1}{2}}=\log_2(a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{-\frac{1}{2}})=\log_2 a^{\frac{1}{2}}+\log_2 b^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_2 a-\frac{1}{2}\log_2 b$.

11.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为解三角形.

【应试指导】易知A，B两点的坐标分别为$A(2,0)$，$B(0,-2)$，故$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}\times2\times2=2$.

12.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为独立事件同时发生的概率.

【应试指导】甲、乙都击中目标的概率为$0.4\times0.5=0.2$.

13.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】令$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=0$，得$\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0$，即双曲线的渐近线为$\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0$.

14.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】$f(2)=\frac{1}{2-1}=1$，$f(-2)=\frac{1}{-2-1}=-\frac{1}{3}$，故$f(2)$与$f(-2)$的等差中项为$\frac{1}{2}[f(2)+f(-2)]=\frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{3}$.

15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的性质.

【应试指导】 抛物线的焦点坐标为(1,0),准线方程为 $x=-1$,则 A、B 两点的距离为 A 点和 B 点到准线的距离之和,即 $|AB|=2+2=4$.

16.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为单位向量的求法.

【应试指导】 与向量 a 方向相同的单位向量为 $\frac{a}{|a|}=\frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}}=\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$.

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的导数的求法.

【应试指导】 $f'(x)=3ax^2$,故 $f'(3)=3a\times3^2=27a=9$,因此 $a=\frac{1}{3}$.

二、填空题

18.【答案】 $\{x\mid x\geqslant-1$ 且 $x\neq0\}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 若使函数有意义,则有 $x\neq0$,$1+x\geqslant0$,故其定义域为 $\{x\mid x\geqslant-1$ 且 $x\neq0\}$.

19.【答案】 $4x+1$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为复合函数的求法.

【应试指导】 $f(2x)=2\times2x+1=4x+1$.

20.【答案】 $x+2y-5=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】 由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1}=2$,故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$,因此所求切线的方程为 $y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$,即 $x+2y-5=0$.

21.【答案】 45

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 由题可知 $\frac{28+37+x+30}{4}=35$,解得 $x=45$.

三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r，则 $OA=OB=r$.

在 $\triangle AOB$ 中，$\angle OAB=\angle ABO=30^\circ$，所以 $\angle AOB=120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2+r^2-2r^2\cos120^\circ=(3\sqrt{3})^2$，解得 $r=3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

23. 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则 $d\neq0$，且

$a_2=a_1+d$，$a_6=a_1+5d$，$a_{12}=a_1+11d$.

$$由题意得\begin{cases}(a_1+d)+(a_1+5d)+(a_1+11d)=76,\\(a_1+5d)^2=(a_1+d)(a_1+11d).\end{cases}$$

$$解得\begin{cases}a_1=14,\\d=2.\end{cases}$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=14+2(n-1)=2n+12$.

24. (Ⅰ) $f'(x)=6x^2-6x$.

(Ⅱ) 令 $f'(x)=0$，解得 $x=0$ 或 $x=1$.

因为 $f(-2)=-26$，$f(0)=2$，$f(1)=1$，$f(2)=6$，

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 的最大值为 6，最小值为 -26.

25. (Ⅰ) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 得

$$\begin{cases}\dfrac{1}{b^2}=1,\\\dfrac{3}{a^2}+\dfrac{1}{4b^2}=1.\end{cases}\quad 解得\begin{cases}a^2=4,\\b^2=1.\end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

(Ⅱ) C 的左焦点为 $(-\sqrt{3},0)$，

直线 MN 的方程为 $\sqrt{3}x-2y-2=0$.

所以 C 的左焦点到直线 MN 的距离

$$d=\frac{|\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})-2|}{\sqrt{7}}=\frac{5\sqrt{7}}{7}.$$