



2021 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学(理工农医类)

第 I 卷 (选择题, 共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合 $A = \{x | -1 \leq x < 5\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ 【 】
 A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < 2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 5\}$ D. $\{x | -1 \leq x < 5\}$
2. 已知 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, 则 α 是 【 】
 A. 第一象限角 B. 第二象限角
 C. 第三象限角 D. 第四象限角
3. 下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为 【 】
 A. $y = \sin 2x$ B. $y = x^2$
 C. $y = \tan x$ D. $y = \cos 3x$
4. 函数 $y = 1 + \log_2 x (x > 0)$ 的反函数为 【 】
 A. $y = 2^{x-1} (x \in \mathbb{R})$ B. $y = 2^{x-1} (x \in \mathbb{R})$
 C. $y = -1 + \log_2 x (x > 0)$ D. $y = \log_2 \frac{x}{2} (x > 0)$
5. 函数 $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$ 的最小正周期为 【 】
 A. 4π B. 2π
 C. π D. $\frac{\pi}{2}$
6. 已知平面 α , 两条直线 l_1, l_2 .
 设甲: $l_1 \perp \alpha$ 且 $l_2 \perp \alpha$
 乙: $l_1 \parallel l_2$
 则 【 】
 A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件 B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
 C. 甲是乙的充要条件 D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件



7. 下列函数中, 在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是 【 】

A. $y = x^2 + x$

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

C. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

D. $y = \cos x$

8. 不等式 $|x-1| > 1$ 的解集为 【 】

A. $\{x \mid x > 2\}$

B. $\{x \mid x < 0\}$

C. $\{x \mid 0 < x < 2\}$

D. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

9. 已知向量 $a = (6, 0, -3)$, $b = (-2, 9, x)$, 且 $a \perp b$, 则 $x =$ 【 】

A. -4

B. -1

C. 1

D. 4

10. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 则 $f(2x) =$ 【 】

A. $4x^2 + 1$

B. $4x + 1$

C. $x + 1$

D. $2x + 2$

11. $(1+i)(1-i) =$ 【 】

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

12. 甲、乙各进行一次射击, 若甲击中目标的概率是 0.4 , 乙击中目标的概率是 0.5 , 且甲、乙是否击中目标相互独立, 则甲、乙都击中目标的概率是 【 】

A. 0.9

B. 0.5

C. 0.4

D. 0.2

13. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为 【 】

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

14. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 + a_5 = 2$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$ 【 】

A. 1

B. 2

C. 4

D. 8

15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ 【 】

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

16. 若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为 【 】

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

D. $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

17. 由 $0, 1, 2, 3$ 四个数字, 组成没有重复数字的三位数, 共有 【 】

A. 18 个

B. 24 个

C. 48 个

D. 64 个



第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

18. 圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线的方程为 _____.
19. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2n + 1$, 则 $a_2 =$ _____.
20. 设球的表面积为 4π , 则该球的体积为 _____.
21. 从某大学篮球队历次比赛得分中, 抽取了 8 场比赛的得分作为样本, 数据如下:
88, 74, 73, 87, 70, 72, 86, 90,
则该样本的方差为 _____.

22. (本小题满分 12 分)

已知 A, B 为 $\odot O$ 上的两点, 且 $AB = 3\sqrt{3}$, $\angle ABO = 30^\circ$. 求 $\odot O$ 的半径.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

23. (本小题满分 12 分)

等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_2 + a_4 = -10$, 公比 $q = -\frac{1}{3}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 4 项和.



24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 设 P 为 C 的左顶点, 求 $\triangle PMN$ 的面积.



参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 2\}$.

2.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 正弦函数值在第三、四象限小于0,正切函数值在第二、四象限小于0,故题中所求角在第四象限.

3.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性和周期性.

【应试指导】 选项A、C是奇函数,选项B是偶函数,但不是周期函数,只有选项D既是偶函数又是周期函数.

4.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的反函数.

【应试指导】 已知 $y = 1 + \log_2 x$, 则有 $\log_2 x = y - 1$, 化简得 $x = 2^{y-1}$, 故原函数的反函数为 $y = 2^{x-1} (x \in \mathbb{R})$.

5.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的周期.

【应试指导】 整理得 $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 2\cos^2 x = 3\cos 2x + \cos 2x + 1 = 4\cos 2x + 1$, 故函数的最小正周期

为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

6.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 如果两直线垂直于同一平面,则两直线平行;但是如果两直线平行,这两条直线不一定垂直于同一平面,也可能两直线是在平面内,故甲是乙的充分条件但不是必要条件.

7.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.



【应试指导】A项中, $y = x^2 + x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$,故函数在 $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上是增函数,因此函数在 $(0, +\infty)$

上也是增函数.

8.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1| > 1 \Rightarrow x-1 > 1$ 或 $x-1 < -1$, 即 $x > 2$ 或 $x < 0$, 故不等式的解集为 $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$.

9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为垂直向量的性质.

【应试指导】由于 $a \perp b$, 故有 $a \cdot b = 6 \times (-2) + 0 \times 9 + (-3)x = -3x - 12 = 0$, 解得 $x = -4$.

10.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复合函数的计算.

【应试指导】 $f(2x) = 2(2x) + 1 = 4x + 1$.

11.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复数的计算.

【应试指导】 $(1+i)(1-i) = 1 - i^2 = 1 + 1 = 2$.

12.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为独立事件概率的性质.

【应试指导】甲、乙都击中目标的概率为 $0.4 \times 0.5 = 0.2$.

13.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】令 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$, 得 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$, 即双曲线的渐近线为 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$.

14.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】由等差数列的性质可得 $a_1 + a_2 + a_4 + a_7 = a_3 + a_5 + a_1 + a_3 = 2 + 2 = 4$.

15.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为抛物线的性质.



【应试指导】 抛物线的焦点坐标为 $(1,0)$, 准线方程为 $x=-1$, 则 A, B 两点的距离为 A 点和 B 点到准线的距离之和, 即 $|AB| = 2 + 2 = 4$.

16. 【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为单位向量的求法.

【应试指导】 与向量 a 方向相同的单位向量为 $\frac{a}{|a|} = \frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

17. 【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】 组成的没有重复数字的三位数有 $C_3^1 \cdot P_2^2 = 3 \times 3 \times 2 = 18$ 个.

二、填空题

18. 【答案】 $x+2y-5=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的切线的求法.

【应试指导】 由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1} = 2$, 故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$, 因此所求切线的方程为

$$y-2 = -\frac{1}{2}(x-1), \text{ 即 } x+2y-5=0.$$

19. 【答案】 2

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为数列的性质.

【应试指导】 $a_1 = S_1 = 2+1=3$, 故 $a_2 = S_2 - S_1 = 2 \times 2 + 1 - 3 = 2$.

20. 【答案】 $\frac{4\pi}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为球的体积公式.

【应试指导】 球的表面积为 $4\pi R^2 = 4\pi$, 故球的半径为 $R=1$, 因此球的体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3}$.

21. 【答案】 62.25

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为样本方差.

【应试指导】 可求得样本平均数为 $\frac{88+74+73+87+70+72+86+90}{8} = 80$, 因此样本方差为

$$\frac{1}{8}[(88-80)^2 + (74-80)^2 + (73-80)^2 + (87-80)^2 + (70-80)^2 + (72-80)^2 + (86-80)^2 + (90-80)^2] =$$

62.25.



三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OB = r$.

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$, 解得 $r = 3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

23. (I) 由已知得 $a_1 q + a_1 q^3 = -10$,

又 $q = -\frac{1}{3}$, 所以 $a_1 \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{27}\right) = -10$, 解得 $a_1 = 27$.

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 27 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

(II) $a_1 + a_3 = \frac{1}{q}(a_2 + a_4)$, 又 $a_2 + a_4 = -10$, 故 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$.

所以 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 20.

24. (I) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26$, $f(0) = 2$, $f(1) = 1$, $f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

25. (I) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(II) 由 (I) 得 $P(-2, 0)$, 故 $|PM| = \sqrt{5}$, 直线 PM 的方程为

$$x + 2y + 2 = 0,$$

因此点 N 到直线 PM 的距离

$$d = \frac{\left| \sqrt{3} + 2 \times \frac{1}{2} + 2 \right|}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

所以 $\triangle PMN$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$.